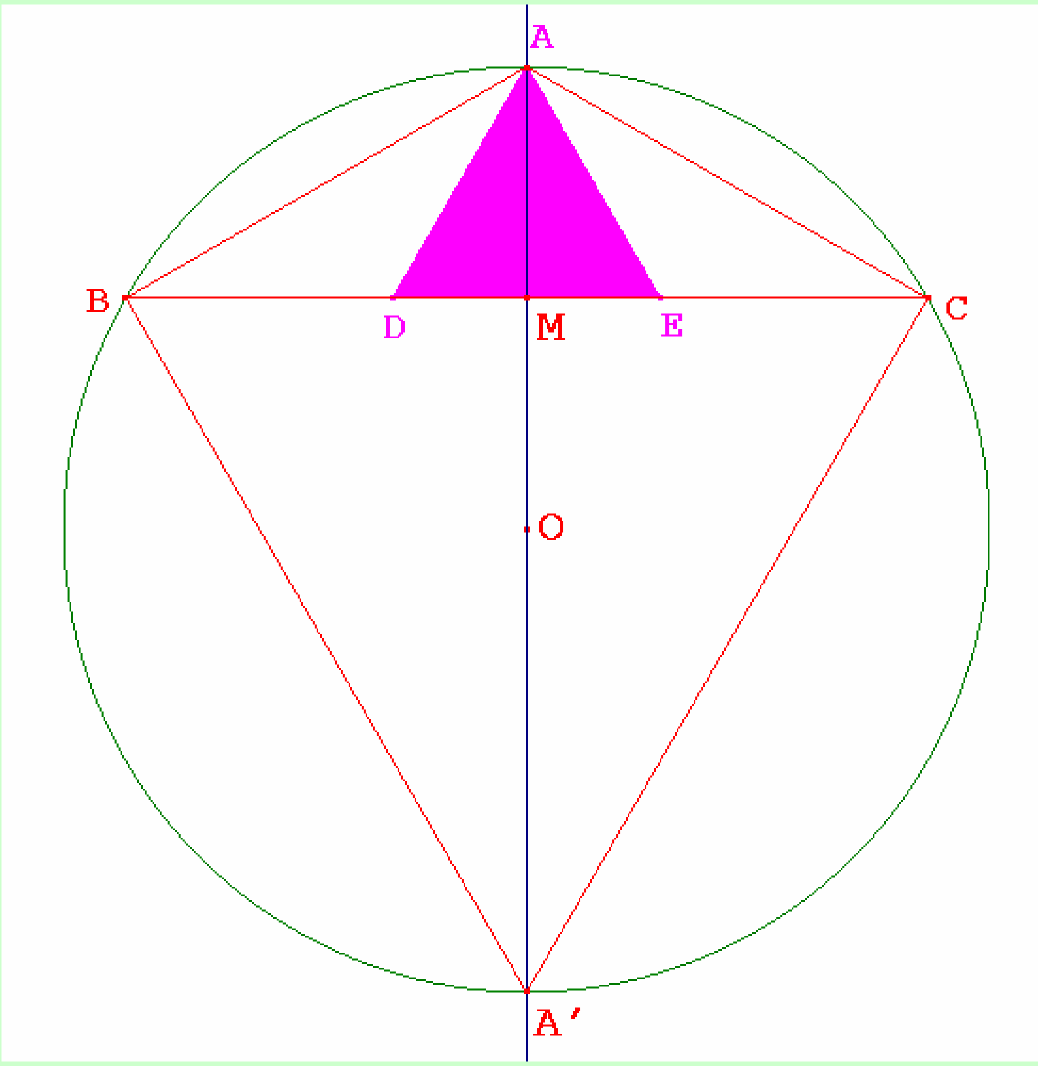
Problema 206

ABC es un triángulo isósceles en el que A=120º. Si BC es trisecado en D y E, demostrar que ADE es un triángulo equilátero.

Aref, M.N. y Wernick, W. (1968): Problems & solutions in Euclidean Geometry. Dover publications, Inc. New York. (p. 18)

Solución de F. Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.



El triángulo ABC está inscrito en una circunferencia de radio r, siendo A' el punto diametralmente opuesto al punto A. De este modo obtenemos el triángulo equilátero A'BC. Tenemos que:

A'M = 3/2·r; MC = MB = $\frac{\sqrt{3}}{2}.r$

Sustituimos en la igualdad AM · MA' = BM · MC, los valores antes obtenidos y así deducimos que: $AM.(\frac{3}{2}.r) = (\frac{\sqrt{3}}{2}.r).(\frac{\sqrt{3}}{2}.r)$**, y por tanto, AM = 1/2·r .**

Gracias a estas relaciones nos permitimos construir desde el punto M, como centro, la homotecia de potencia k= −4.

Con esta transformación, resultan ser puntos homólogos D → C; E → B; A → A'.

En definitiva, ambos triángulos son semejantes y de ahí que el triángulo ADE sea igualmente equilátero como el A'BC lo era.