**<u>Problema 219</u>**

**Problema 666: En un triángulo ABC se verifica que sen(A-B)=½ y cos(A+B)=½ y se sabe que ABC es equivalente a otro triángulo MNP tal que p=87cm, n=72cm, M=35º18'46''. Calcula el lado c del triángulo ABC.**

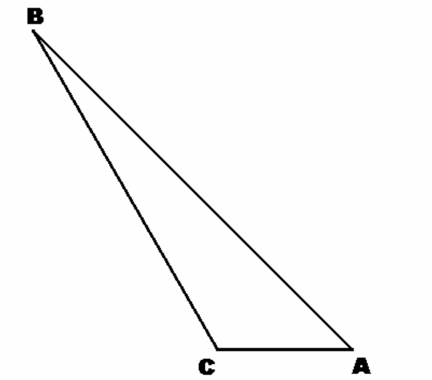
Propuesto por Maite Peña Alcaraz, estudiante de Industriales en la Universidad de Comillas (Madrid).
*Ejercicios Resueltos (1949). Gaceta Matemática 1ª Serie, Tomo 1. 7 de Abril . Madrid. Instituto "Jorge Juan " de matemáticas y Real Sociedad Matemática Española. Consejo Superior De Investigaciones Científicas, Patronato "Alfonso el Sabio".*

**Solución de F. Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.**

De las relaciones dadas, deducimos que:
$\begin{cases} A+B=60 \\ A-B=30 \quad ó \quad 150 \end{cases}$, de donde resulta el único caso posible:

A= 45º; B= 15º; C=120º

Calculemos el área de un triángulo cualquiera de lado c y ángulos A= 45º; B= 15º; C=120º.




Por el teorema del seno, tenemos que: $a=\frac{\sqrt{6}}{3}c$;

Por tanto, el área de este triángulo será:

$$S(c)=\frac{1}{2}.a.c.senB=\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{6}}{3}.c^2.\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}};$$

$$S(c)=\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}}.c^2;$$

Si ahora igualamos este valor de área al del triángulo MNP, obtenemos el valor del lado c.

$$S(c)=\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}}.c^2$$

S(MNP)= ½·87·72·sen(35º18’46’’) = 1810’4201 $cm^2$

c = 130’8969052 cm

**Comprobación:**

**A= 45º; B= 15º; C=120º;  sen (A−B) = ½ y cos (A+B)=½**

**c = 130’8969052 cm;** $a=\frac{\sqrt{6}}{3}c$ **=106’8768755 cm;  b= 32’5087 cm**

**Area (ABC) = ½·a·c·sen15º = 1810’4201 $cm^2$**