Problema 222

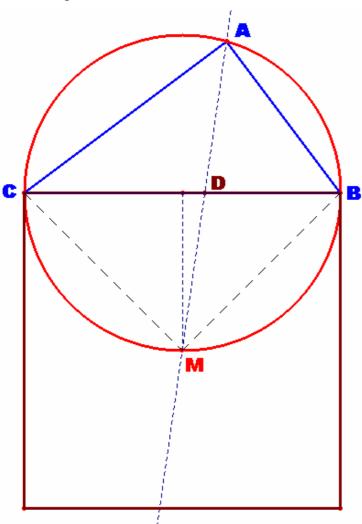
En la hipotenusa de un triángulo rectángulo, como sobre un lado, se ha construido un cuadrado (fuera del triángulo). El centro del cuadrado está unido con el vértice del ángulo recto del triángulo. ¿En qué segmentos se divide la hipotenusa si los catetos son iguales a 21 y 28 cm?

Propuesto por Ricard Peiró i Estruch Profesor de Matemáticas del IES 1 de Xest (València)

Gúsiev , V.y otros (1989) "Prácticas para resolver Problemas matemáticos. Geometría" Ed . Mir . Problema 185 página 47

Solución de F. Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Sea el triángulo ABC, rectángulo en A, de lados AB=21 cm y AC= 28 cm. Por tanto, la hipotenusa BC= 35 cm.



De la construcción realizada deducimos que el punto M, centro del cuadrado pertenece a la circunferencia circunscrita al triángulo ABC. De este modo el segmento AM es la bisectriz del ángulo recto A. Por tanto D es el pie de la bisectriz relativa al ángulo A, y los segmentos interceptados en el lado opuesto son proporcionales a los lados que concurren en el vértice A. Así las longitudes m y n de los segmentos CD y DB, verifican el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} m+n=35 \text{ (Teorema de Pitágoras)} \\ \frac{28}{m} = \frac{21}{n} \text{ (Teorema de la bisec triz)} \end{cases}$$

cuyas soluciones son: m= 20 y n=15, respectivamente.