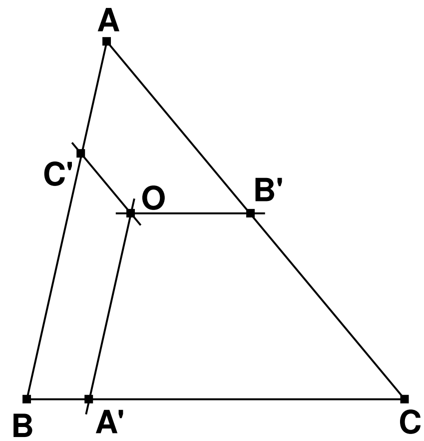
Problema 426 de *triánguloscabri*. *Por un punto cualquiera O de un triángulo, se toman paralelas OA', etc, a los lados el triángulo; se tiene*

$$\frac{BA'}{BC}+\frac{CB'}{CA}+\frac{AC'}{AB}=1.$$



Journal de Mathématiques élémentaires de M. Viubert, 15 de marzo de 1900, pág 95, nº 4753.

Solución de Francisco Javier García Capitán.

Si las coordenadas baricéntricas de O son $u : v : w$, lo que representamos $O = (u : v : w)$, entonces la paralela a AB por O tiene ecuación

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ u & v & w \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow wx + wy - (u+v)z = 0.$$

La intersección de esta recta con BC, de ecuación $x = 0$, es el punto $A' = (0 : u + v : w)$. Entonces

$$\frac{BA'}{BC}=\frac{BA'}{BA'+A'C}=\frac{\frac{BA'}{A'C}}{\frac{BA'}{A'C}+1}=\frac{\frac{w}{u+v}}{\frac{w}{u+v}+1}=\frac{w}{u+v+w},$$

y como, de igual forma, tenemos

$$\frac{CB'}{CA}=\frac{u}{u+v+w},\quad \frac{AC'}{AB}=\frac{v}{u+v+w},$$

al sumar obtendremos la igualdad propuesta, que es válida para cualquier punto O, no necesariamente interior al triángulo, siempre que las distancias se consideren con su correspondiente signo.