

Problema 473 de *triángulos cabri*. Dado un triángulo equilátero ABC , encontrar la transversal PQR con P sobre la recta BC , Q sobre la recta CA , y R sobre la recta AB tal que $BP = CQ = AR$.

Propuesto por François Rideau.

Solución de Francisco Javier García Capitán. Usemos coordenadas baricéntricas. Sea a el lado del triángulo equilátero. Si en la Figura 1 es $x = BP = CQ = AR$ (entendemos que x es positivo), entonces tendremos $P = (0 : a - x : x)$, $Q = (x : 0 : a - x)$ y $R = (a + x : -x : 0)$.

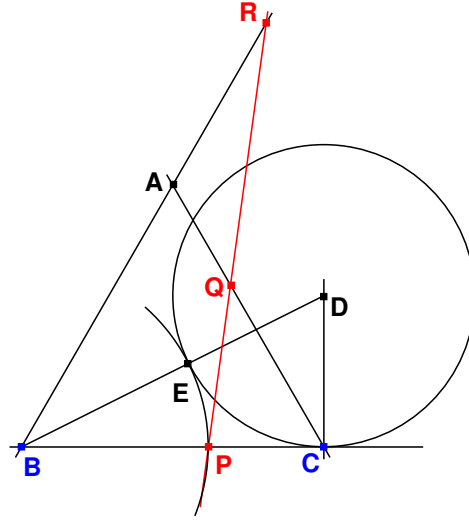


FIGURA 1

Como P , Q y R están alineados, debe cumplirse

$$\begin{vmatrix} 0 & a-x & x \\ x & 0 & a-x \\ a+x & -x & 0 \end{vmatrix} = a(a^2 - ax - x^2) = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a.$$

Por tanto, para construir la transversal, levantamos la perpendicular $CD = \frac{a}{2}$ a BC y unimos DB . La circunferencia con centro D y radio DC corta a la recta DB en E . Un arco con centro en B y radio BE corta a la recta BC en el punto P buscado.