

Problema 498 de triángulos cabri. El triángulo isósceles ABC tiene un ángulo recto en C . Sea P un punto arbitrario del lado BC y sea G la proyección ortogonal del punto C sobre AP . Sea H el punto de AP tal que $AH = CG$. Sea A' el punto medio de AB . Hallar el valor del ángulo $GA'H$.

Komal marzo 2007

<http://www.komal.hu/verseny/feladat.cgi?a=honap&h=200703&t=mat&l=en>

Solución de Francisco Javier García Capitán

La solución del problema se deduce fácilmente observando la figura siguiente:

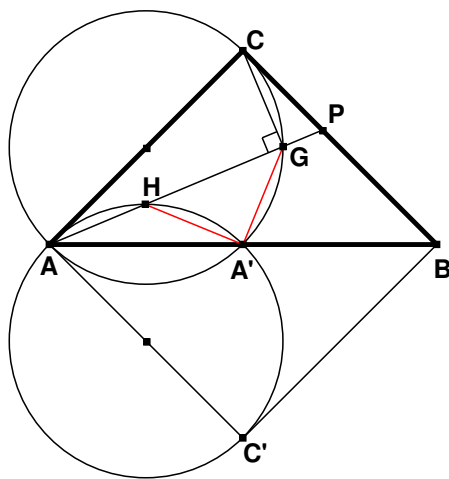


FIGURA 1

Por ser $\angle CGA = 90^\circ$, el punto G está sobre la circunferencia de diámetro CA . Sea C' el punto simétrico de C respecto de la recta AB . La figura $CAC'B$ es un cuadrado. Consideremos el giro de 90° con centro el del cuadrado que lleva el lado CA sobre el lado AC' .

Observemos que G es la intersección de la circunferencia con diámetro CA y la perpendicular por C a AP . En consecuencia, su trasformado por el giro será la intersección de la circunferencia con diámetro AC' y la paralela por A a AP , y este no es otro que el punto H , ya que H , según el enunciado, se encuentra sobre AP cumpliendo $AH = CG$.

Al ser H el trasformado de G por un giro de 90° con centro A' tenemos $\angle GA'H = 90^\circ$.