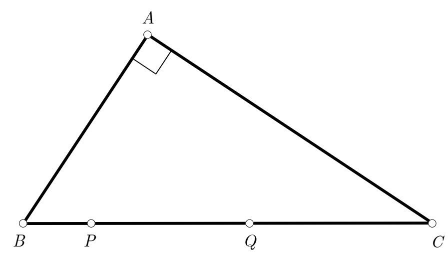
Problema 516. Sea ABC un triángulo rectángulo en A. Tracemos sobre el interior de la hipotenusa $BQ = BA$, y $CP = CA$. Demostrar que $PQ^2 = 2 \cdot BP \cdot QC$

Bernd, B.C. (1994), Ramanujan's Noteboooks, Part IV. Springer-Verlag

Soluzione di Ercole Suppa.



Usando le usuali notazioni abbiamo $BP = a - b$, $QC = a - c$, e

$$PQ = BC - BP - QC = a - (a - b) - (a - c) = b + c - a$$

Allora, utilizzando il teorema di Pitagora ($a^2 = b^2 + c^2$), otteniamo:

$$\begin{aligned}
2 \cdot BP \cdot QC &= 2(a-b)(a-c) = \\
&= 2a^2 - 2ac - 2ab + 2bc = \\
&= a^2 + b^2 + c^2 + 2bc - 2ab - 2ac = \\
&= a^2 + (b+c)^2 - 2a(b+c) = \\
&= (b+c-a)^2 = PQ^2
\end{aligned}$$

e l'uguaglianza richiesta è dimostrata. $\square$