

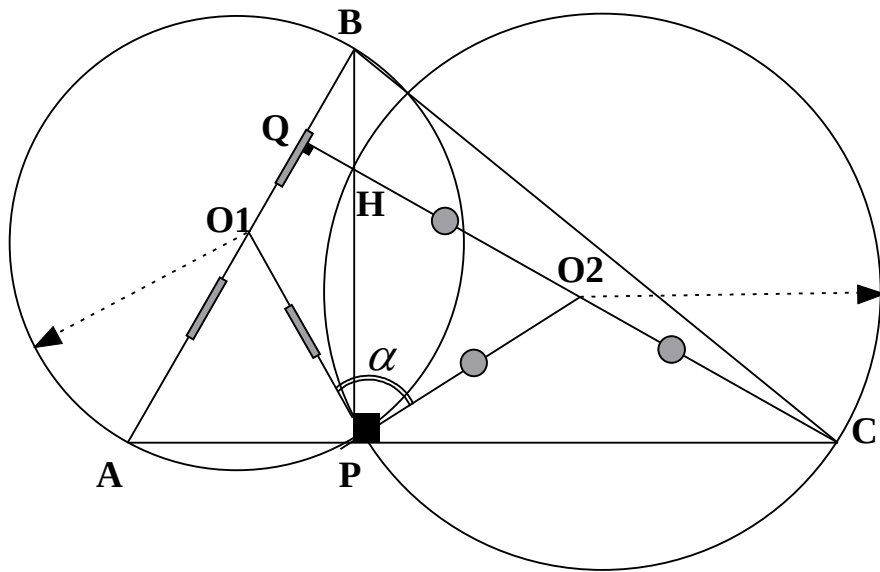
Problema 525.

Sea H el ortocentro del triángulo ABC. Demostrar que las circunferencias de diámetros CH y AB son ortogonales.

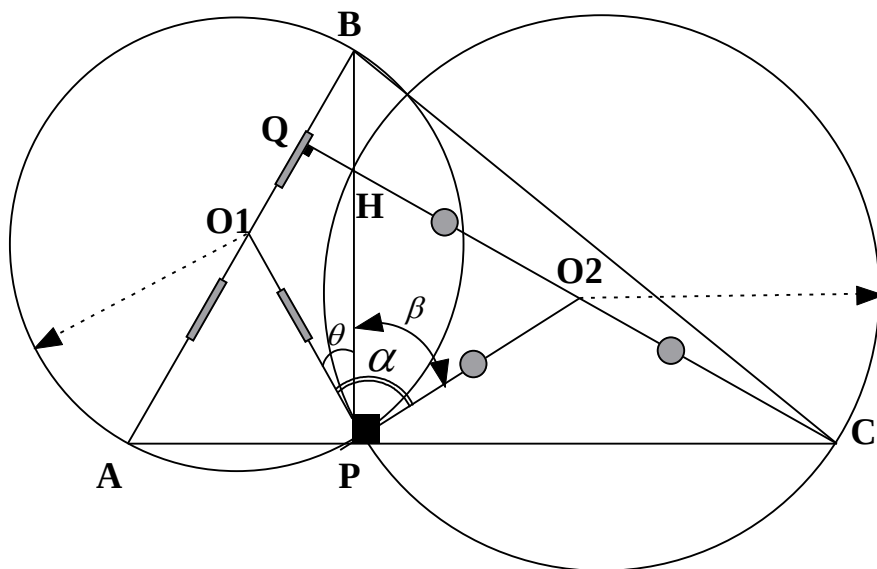
Alasia, C. (1900): La reciente geometría del triángulo, problema 195, pag. 293

RESOLUCIÓN de Alejandro Cipriano Coronel, estudiante de ingeniería de la UNASAM (UNIVERSIDAD NACIONAL SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO), Huaraz-Ancash – Perú

De acuerdo al problema se obtiene el siguiente gráfico:

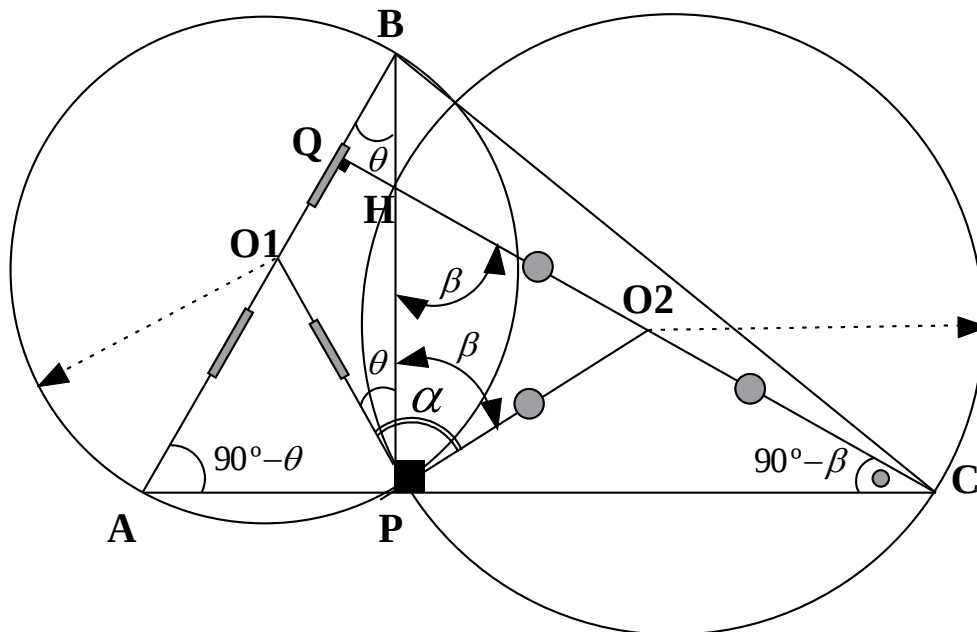


Para obtener lo pedido, bastará demostrar que el ángulo “ α ” es un ángulo recto (90°)



Sea: $\alpha = \theta + \beta$; entonces demostraremos que: $\alpha = \theta + \beta = 90^\circ$

Es claro que los triángulos PO1B, PHO2 son isósceles ($PO1 = O1B$, $HO2 = PO2$)



En el triángulo rectángulo APB se tiene que: $m\angle BAP = 90^\circ - \theta$

En el triángulo rectángulo HPC se tiene que: $m\angle HCP = 90^\circ - \beta$

Finalmente en el triángulo rectángulo AQC: $(90^\circ - \theta) + (90^\circ - \beta) = 90^\circ$

De donde se obtiene: $\beta + \theta = 90^\circ$; pero $\boxed{\alpha = \theta + \beta}$

Por la tanto $\boxed{\alpha = 90^\circ}$ con esto se demuestra que las dos circunferencias son Ortogonales.