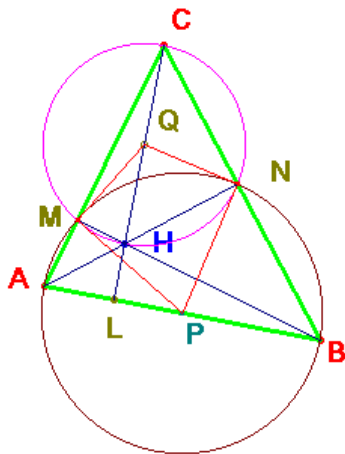


Propuesto por Ercole Suppa, profesor titular de matemáticas y física del Liceo Scientifico “A. Einstein”, 64100 Teramo, Italia.

Problema 525.- Sea H el ortocentro del triángulo ABC . Demostrar que las circunferencias de diámetros CH y AB son ortogonales.

Alasia, C. (1900): La reciente geometría del triángulo, problema 195, pag. 293

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor de Matemáticas del IES Fray Luis de León de Salamanca



Sean M y N los puntos de intersección de las mencionadas circunferencias. M y N pertenecen al arco capaz de AB y amplitud un recto. También están en el arco capaz de CH y amplitud un recto. Por tanto, estos puntos son los pies de las alturas desde A y B .

Para demostrar la ortogonalidad es suficiente con ver que los segmentos PN y QN son perpendiculares, así como también lo son PM y QM .

En el triángulo isósceles NPB tenemos que $\angle PNB = B$ y en el también isósceles NQC , $\angle QNC = \angle NCL = 90 - B$ por consiguiente el ángulo PNQ es recto.

La circunferencia de los nueve puntos pasa, entre otros, por los puntos M , Q , N y P , por tanto el cuadrilátero formado por ellos tiene sus ángulos opuestos suplementarios por ser inscriptible, de donde se concluye que también son ortogonales PM y QM . ■