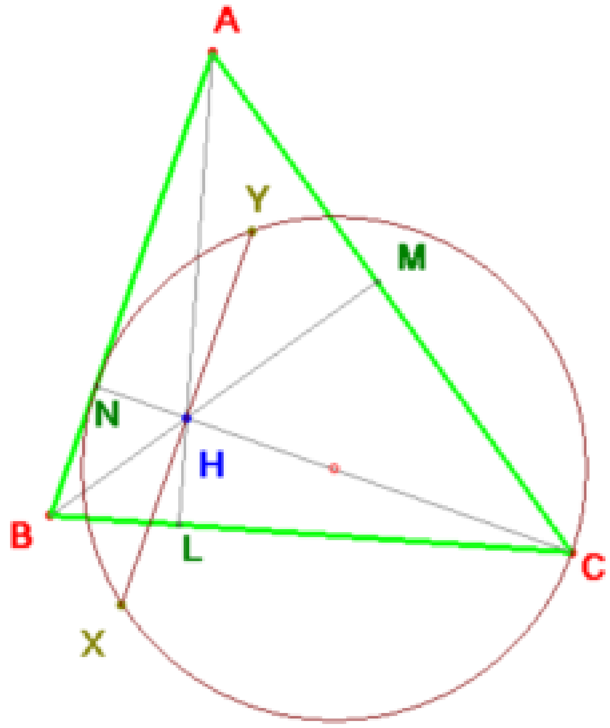
Problema **530.-**

B.4186. Sea ABC un triángulo acutángulo. Se trazan tres circunferencias de diámetros las alturas. En cada una de ellas se traza la cuerda perpendicular por el ortocentro a la altura correspondiente. Demostrar que las tres cuerdas obtenidas tienen la misma longitud.

Komal (2009). Mayo.

http://www.komal.hu/verseny/feladat.cgi?a=honap&h=200905&t=mat&l=en

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor de Matemáticas del I.E.S. **Fray Luis de León de *Salamanca.***



Por ser *CN* un diámetro perpendicular *XY* =2*YH* y según el teorema de la altura aplicado al triángulo rectángulo *NYC* tenemos *XY* =2$\sqrt{CH \cdot HN}$.

En el triángulo *BNH* tenemos $tg(90 - A) = \frac{NH}{BN}$, de donde $NH = BN \cdot \cot A = \mathrm{a} \cdot \cos B \cdot \frac{\cos A}{sen\ A}$ = $2R{\cdot}\cos A \cos B$.

En *CHM*, *CM* =*CH*· sen *A*; $CH = \frac{CM}{sen\ A}$=$\frac{a \cdot \cos C}{sen\ A} = 2R \cdot \cos C$.

De ambas *XY* =2$\sqrt{CH \cdot HN}$ =$2R \cdot \sqrt{\cos A \cos B \cos C}$, cantidad que sólo depende del triángulo y no de la altura tomada.■