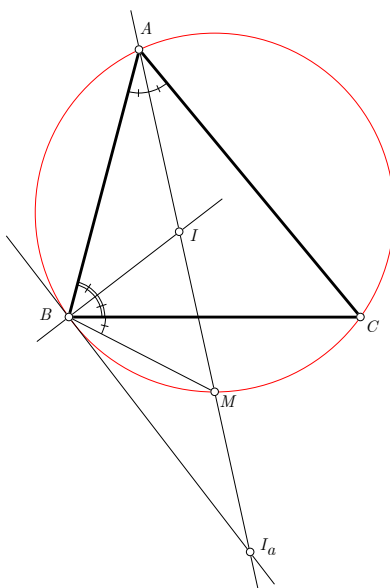


Problema 531. La circonferenza circoscritta a un triángulo biseca al segmento que une el incentro con cualquiera de los excentros de dicho triángulo.

Instituto de Ciencias y Humanidades (2005): Geometría, una visión de la planimetría, Lumbrreras Editores. Lima Perú. (pag 408)

Soluzione di Ercole Suppa.

Siano I e I_a , M l'incentro e l'excentro relativo al vertice A . Detto M il punto di intersezione della retta AI con la circonferenza circoscritta la triangolo ABC dobbiamo dimostrare che $MI = MI_a$.



Dal teorema dell'angolo esterno abbiamo:

$$\angle BIM = \angle IBA + \angle IAB \quad (1)$$

Dalla (1), tenuto conto che $\angle IBA = \angle IBC$ e $\angle IAB = \angle CBM$ segue che:

$$\angle BIM = \angle IBC + \angle CBM = \angle IBM \quad \Rightarrow \quad IM = BM$$

e, di conseguenza, M appartiene all'asse di IB .

Poichè BI e BI_a sono le bisettrici, interna ed esterna, dell'angolo di vertice A di $\triangle ABC$, risulta che $BI \perp BI_a$ e quindi $\triangle IBI_a$ è un triangolo rettangolo con ipotenusa II_a .

Il centro della circonferenza circoscritta a $\triangle IBI_a$ è proprio il punto M , che appartiene ad II_a e all'asse di BI . Pertanto $MI = MI_a$ e la dimostrazione è completa. $\square$