

Problema 538

Homenaje a Jack Garfunkel

Dado un triángulo ABC se trazan equiláteros exteriores BAP y ACQ sobre los lados AB y CA . Sea R el punto medio de BC y G el baricentro de ACQ . Demostrar que el triángulo PRG es 30° - 90° - 60° .

Garfunkel, J. Pi Mu Epsilon, 44, 553

Riflessioni di *Gennaro Rispoli*

Dato il triangolo ABC , consideriamo i triangoli equilateri ACQ di lato AC , BCW di lato BC e ABP di lato AB . I punti G , F ed E siano rispettivamente i centri di detti triangoli equilateri. Così abbiamo il *triangolo di Napoleone* GFE che è equilatero. Consideriamo inoltre il triangolo GPR dato nell'ipotesi, dove R è il punto medio del lato BC .

Con la rotazione di centro G ed ampiezza $\angle RGF$ nel verso antiorario vediamo che il triangolo GPR viene trasformato nel triangolo $GP'R'$. Detta rotazione manda il lato GR in GR' che è situato sopra il lato GF ed il lato GP in GP' che è situato sopra GE . Pertanto l'angolo $\angle P'GR'$ ha ampiezza 60° , essendo angolo del *triangolo di Napoleone*.

Consideriamo adesso la circonferenza di centro E e raggio EP' . Detta circonferenza interseca il lato $P'R'$ in K ed il lato $P'G$ in T . Abbiamo che $EP' = ET = EK$. Considerato ancora che l'angolo $\angle TEK$ è uno degli angoli del *triangolo di Napoleone*, perciò di ampiezza 60° , abbiamo $\angle P'EK$ di ampiezza 120° , donde la tesi.

