Propuesto por Ricard Peiró i Estruch Profesor de Matemáticas del IES "Abastos" (Valencia)

Problema 540

1.- Resolver y construir el triángulo rectángulo ABC, A=90º conocidos c, a+b.

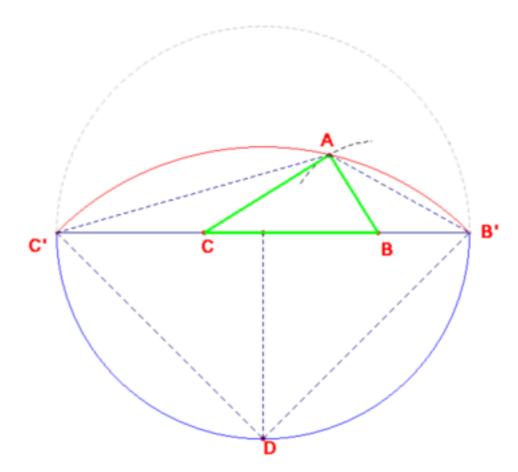
Sánchez-Rubio, C., Ripollés, M. (2000). Manual de matemáticas para preparación olímpica. Universitat Jaume I. Castelló. Problema 8 (pág. 339)

Ampliación del profesor Peiró:

2.-Resolver y construir el triángulo rectángulo ABC, A=90º conocidos c, a-b.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del I.E.S. Fray Luis de León (Salamanca)

1.-



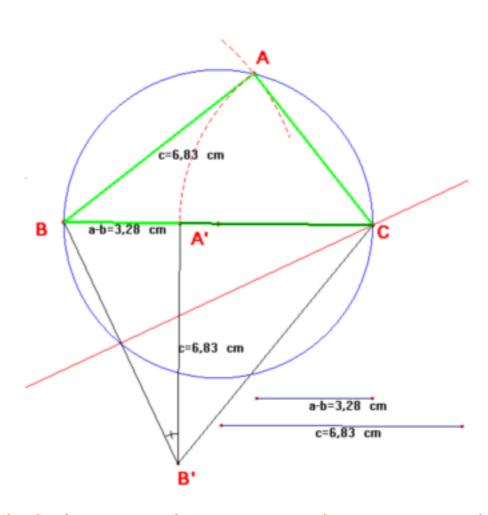
Suponiendo el problema resuelto, construimos los triángulos isósceles C'CA y B'BA a ambos lado de ABC. El segmento C'B' es el perímetro (conocido) de ABC y los ángulos en los extremos son C/2 y B/2 respectivamente. Por tanto el ángulo C'AB' del triángulo de igual nombre mide 90 + A/2. Así pues A se encuentra sobre la circunferencia de radio C' y centro C' y sobre el arco capaz del perímetro C'B' y amplitud 90 + A/2.

Ya se puede construir el triángulo:

Tomamos el segmento C'B de longitud a+b y a continuación el segmento B'B de longitud c. El punto A se determina como se ha dicho antes, usando el arco capaz. Y el vértice C tomando la perpendicular a AB.

Si el ángulo A es recto, el arco capaz de 135º es más sencillo de construir. Desde el centro D de este arco se ve el perímetro C'B' bajo ángulo de 90º. D es pues, el tercer vértice del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es C'B' y se encuentra en la mediatriz de este segmento. El resto es sencillo.

2.-



Como antes, suponemos hecha la construcción. Con centro C hacemos un giro de C grados del triángulo ABC. Se obtiene el triángulo CA'B', donde se tienen: CB' = CB, BA '= a-b y A'B' = c, por tanto el triángulo rectángulo BA'B' se puede construir. Al ser isósceles BCB', el punto C se encuentra en la mediatriz de BB' y en la prolongación de BA'. BC es la hipotenusa y ya la construcción es inmediata pues tenemos dos lados y el ángulo recto.

Si el ángulo A no es recto, el ángulo BA'B' es su suplemento y también sería posible construir el triángulo BA'B'.