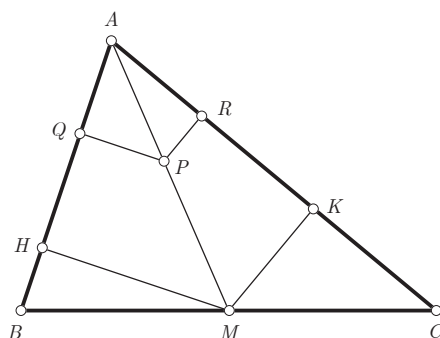


Problema 551.

Las distancias de un punto cualquiera de una mediana a los lados que parten del mismo vértice son inversamente proporcionales a dichos lados.

Frère Gabriel Marie , 1820-1891. 5. ed.: 3 p. L., [iii]-xxiv, 1302 p. diagrs. 22 cm. Tours, A. Mame et fils, (1912)757

Soluzione di Ercole Suppa.



Sia M il punto medio di BC , sia P un generico punto di AM ; siano Q, R le proiezioni di P su AB e AC ; siano H, K le proiezioni di M su AB e AC ; sia Δ l'area del triangolo ABC e si osservi che la mediana AM divide $\triangle ABC$ in due triangoli aventi la stessa area.

Dalla similitudini dei triangoli $\triangle APQ \sim \triangle AMH$ e $\triangle APR \sim \triangle AMK$ abbiamo:

$$\frac{PQ}{MH} = \frac{AP}{AM} \quad , \quad \frac{PR}{MK} = \frac{AP}{AM}$$

da cui deriva che

$$\frac{PQ}{MH} = \frac{PR}{MK} \quad \Rightarrow \quad \frac{PQ}{PR} = \frac{MH}{MK} = \frac{\frac{2[ABM]}{c}}{\frac{2[AMC]}{b}} = \frac{\frac{\Delta}{c}}{\frac{\Delta}{b}} = \frac{b}{c}$$

e la dimostrazione è completa. $\square$

Soluzione alternativa.

Utilizziamo coordinate baricentriche omogenee rispetto al triangolo $\triangle ABC$. I calcoli sono svolti con il programma MATHEMATICA mediante le routines con-

tenute nel pacchetto `baricentricas.nb`, prelevabile dal sito di Francisco Javier García Capitán ¹.

```
<< Baricentricas`;
```

Calcoliamo dapprima le coordinate baricentriche del punto medio BC e quelle di un generico punto P della mediana AM :

```
ptM = Medio[ptB, ptC]
```

```
{0, 1, 1}
```

```
ptP = (1 - t) ptA + t ptM
```

```
{1 - t, t, t}
```

Infine, mediante la routine `CuadradoDistanciaPuntoRecta`, calcoliamo il rapporto PQ^2/PR^2

```
Simplify[Divide[CuadradoDistanciaPuntoRecta[ptP, Recta[ptA, ptB]],  
CuadradoDistanciaPuntoRecta[ptP, Recta[ptA, ptC]]]
```

$$\frac{b^2}{c^2}$$

□

¹<http://garciacapitan.auna.com/baricentricas/>