Problema 555 de *triánguloscabri*. *Sea ABC un triángulo rectángulo con el ángulo recto en el vértice A, y P sobre BC. Sean I y J los pies de las perpendiculares trazadas por P a AB y AC. ¿Cómo debemos elegir P para que IJ sea mínimo?*

Laborde, C. (1992): Solving problems in computer based geometry enviroments: The influence of the features of the software. ZDM (92/4), p.131

Solución de Francisco Javier García Capitán. Usando coordenadas baricéntricas podemos ver que el resultado no necesita que el triángulo ABC sea rectángulo.

En efecto, un punto sobre BC será de la forma $P = (0 : 1-t : t)$. Entonces hacemos

```
<< Baricentricas`;
ptP = {0, 1 - t, t};
ptI = Pie[ptP, ptA, ptB];
ptJ = Pie[ptP, ptA, ptC];
Factor[CuadradoDistancia[ptI, ptJ]]
```

$$-\frac{(-a+b-c)\,(a+b-c)\,(-a+b+c)\,(a+b+c)\,\left(c^2-a^2\,t+b^2\,t-c^2\,t+a^2\,t^2\right)}{4\,b^2\,c^2}$$

Hay que minimizar al variar t el valor de la función cuadrática

$$f(t) = a^2t^2 - (c^2 + a^2 - b^2)t + c^2,$$

y sabemos que esto ocurre cuando

$$t = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a^2},$$

lo que nos da el punto $P = (0 : a^2 + b^2 - c^2 : a^2 - b^2 + c^2) = (0 : S_C : S_B)$, es decir, P es el pie sobre BC de la altura trazada por A.