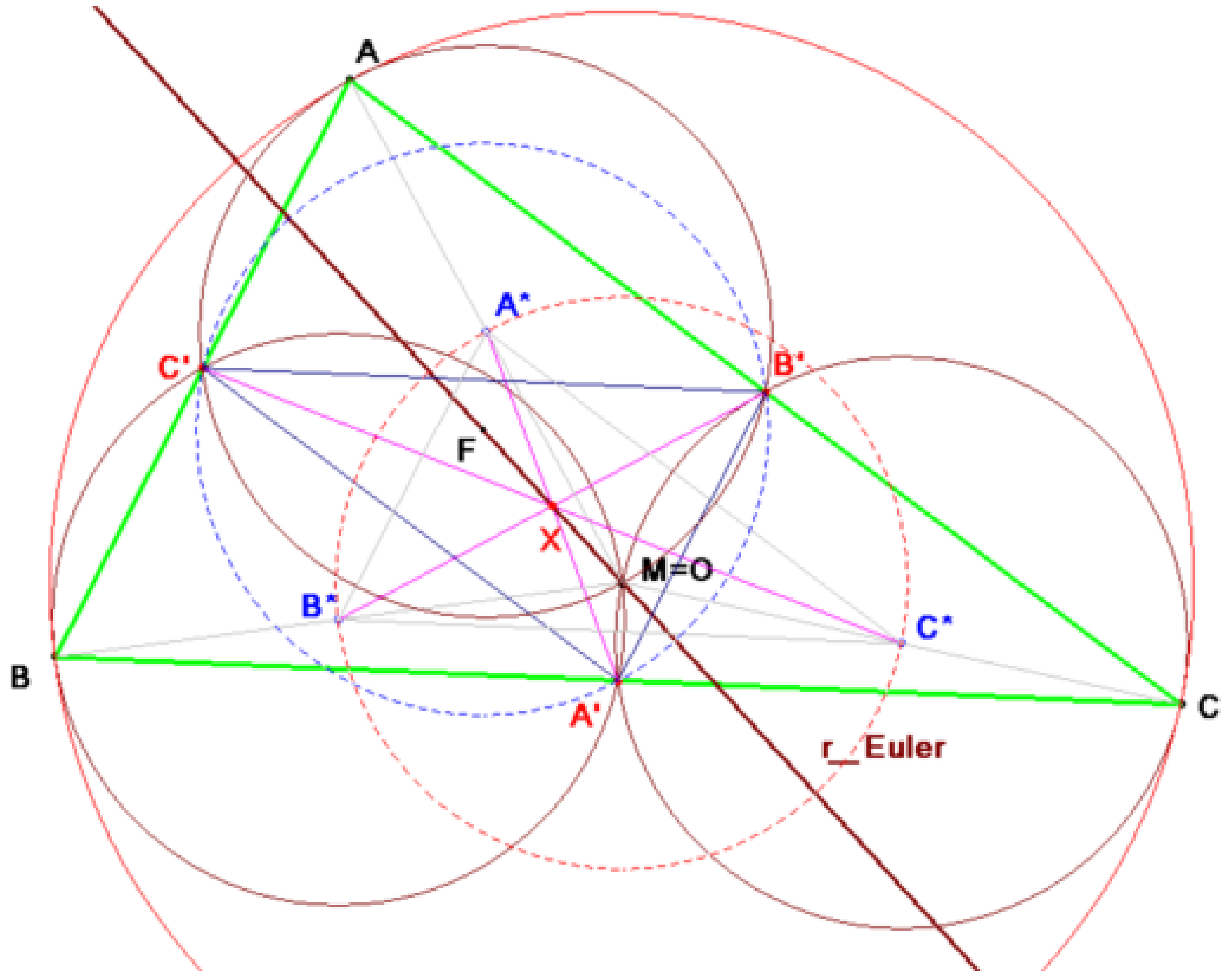
***Problema* 560.-** *Trazar tres circunferencias que pasen por los vértices de un triángulo y los puntos medios de los lados concurrentes. Unamos el centro de cada circunferencia con el punto de corte de las otras dos circunferencias (el punto medio del lado, pues en el punto de Miquel se cortan las tres) con un segmento. Demostrar que los tres segmentos así obtenidos se intersecan en un único punto que pertenece a la recta de Euler.*

González Calvet, R. (8/10/2000): TREATISE OF PLANE GEOMETRY THROUGH GEOMETRIC ALGEBRA (ed. electrónica, 2000-2001, ed. impresa, 2007), problema 9.5.

El director añade que la ETC de Kimberling lo cataloga como X(140) y que es el punto medio entre el circuncentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del I.E.S. *Fray Luis de León* de Salamanca.



Sean sus centros los puntos *A**, *B** y *C**. Una cualquiera de estas circunferencias se obtiene aplicando a la circunscrita una homotecia de centro el vértice y razón 1/2. Por tanto los pares de puntos *C*, *C**, *B*, *B** y *A*, *A** están alineados con el circuncentro *O=M* del triángulo, que es el punto de Miquel, pues es donde se cortan las tres.

*B**, *C** definen la paralela media del triángulo *OBC*. El triángulo *A*B*C** es congruente con el triángulo de los puntos medios *A'B'C'* y de lados paralelos a él. Su circunferencia circunscrita tiene centro *M*. Por tanto son homotéticos: una simetría de centro *X* es la que transforma uno en el otro. Esta simetría también transforma el centro de una de ellas *M* en el de la otra *F* (circunferencia de Euler o de los nueve puntos), por ello *X* equidista de ambos.

Si dos triángulos son homotéticos sus circunferencias circunscritas también lo son y sus centros están alineados con el centro de homotecia. De ello *M* y *F* están alineados con *X* y por tanto éste pertenece a la recta de Euler.