Problema 562

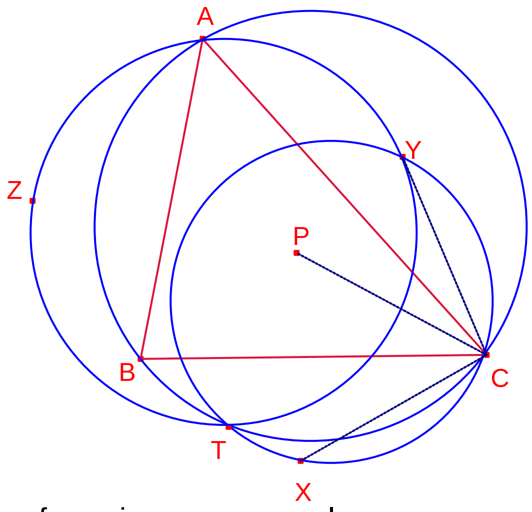
Reflexiones en el triángulo Dibujar un triángulo ABC y marcar un punto P. Marcar las reflexiones X, Y, Z del punto P respecto a los lados del triángulo. Entonces las circunferencias XYC, YZA, ZXB y la ABC misma, todas se cortan en un punto común.

Pag 258

Wells, D. (1991) THE PENGUIN DICTIONARY OF CURIOUS AND INTERESTING GEOMETRY. the Penguin Group

Solución de Ricard Peiro i Estruch

:



Notemos que por la simetría $\overline{CP} = \overline{CY}$, $\overline{CP} = \overline{CX}$.

$\angle XCY = 2C$

Análogamente, $\overline{AY} = \overline{AP} = \overline{AZ}$, $\angle YAZ = 2A$.

Entonces, $\angle AZY = 90º - A$

Sea T el punto de intersección de las circunferencias circunscritas a los triángulos $\overset{\Delta}{XYC}$, $\overset{\Delta}{ABC}$, distinto de C.

Sea $\alpha = \angle ATY$.

El cuadrilátero TXCY está inscrito en una circunferencia, entonces, $\angle YTX = 180º - 2C$.

$\angle YTC = \frac{1}{2}\angle YTX = 90º - C$.

$\alpha = \angle ATY = \angle ATC - \angle YTC = B - (90º - C) = 90º - A$.

Entonces, $\angle AZY = \angle ATY$, por tanto, T pertenece a la circunferencia que pasa por los puntos A, Z, Y. Por tanto, T pertenece a la circunferencia circunscrita al triángulo $\overset{\Delta}{YZA}$

Análogamente T pertenece a la circunferencia circunscrita al triángulo $\overset{\Delta}{ZXB}$.