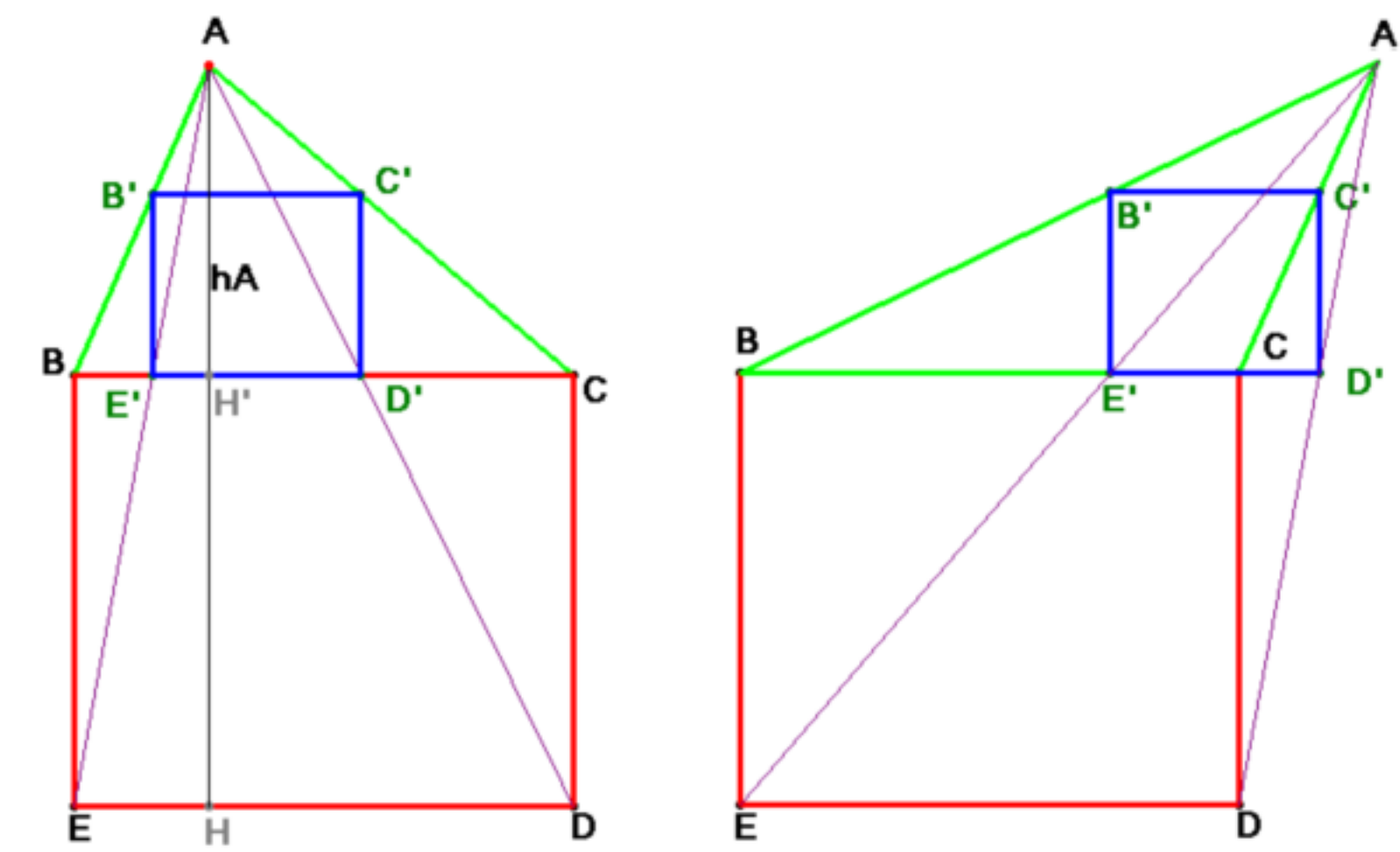


Problema 576.- Consideremos los triángulos de área 1. ¿Cuál es el área máxima de un cuadrado contenido en uno de ellos?

Halmos, P. (2000) *Problèmes pour mathématiciens, petits et grands*. Le sel et le fer Cassine (P 201).

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del I.E.S. *Fray Luis de León* de Salamanca.



De los cuadrados contenidos en el triángulo será de mayor área uno que esté totalmente inscrito en él. Para inscribir un cuadrado en un triángulo dado se puede proceder como se hizo en el problema nº 75 de esta revista, a partir de un cuadrado construido exteriormente sobre uno de los lados. También aparece esta construcción en el problema nº 523. En la figura de la derecha el cuadrado inscrito no está *dentro* del triángulo y lo excluimos.

Los triángulos $AD'E'$ y ADE son semejantes. Por ello se tiene $\frac{D'E'}{DE} = \frac{AH'}{AH}$ y de ahí el lado del cuadrado inscrito es

$$D'E' = \frac{h_A BC}{h_A + BC} = \frac{2\Delta}{h_A + BC}$$

El área del cuadrado inscrito será máxima cuando lo sea el lado, y éste es máximo cuando la suma de la base $a=BC$ y la altura h_A sea mínima al ser constante el área de ABC . Esto nos lleva a considerar otro problema: ¿Cómo deben ser dos números de producto constante, para que su suma sea mínima? O bien, geométricamente ¿cómo debe ser un rectángulo de área dada y perímetro mínimo? Evidentemente, el rectángulo óptimo que resuelve este problema clásico es el cuadrado, esto es, cuando $a = h_A$.

Como el área es 1, se obtiene $a = BC = h_A = \sqrt{2}$ y el lado del cuadrado inscrito es $D'E' = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y el área del mismo es la mitad de la del triángulo.