

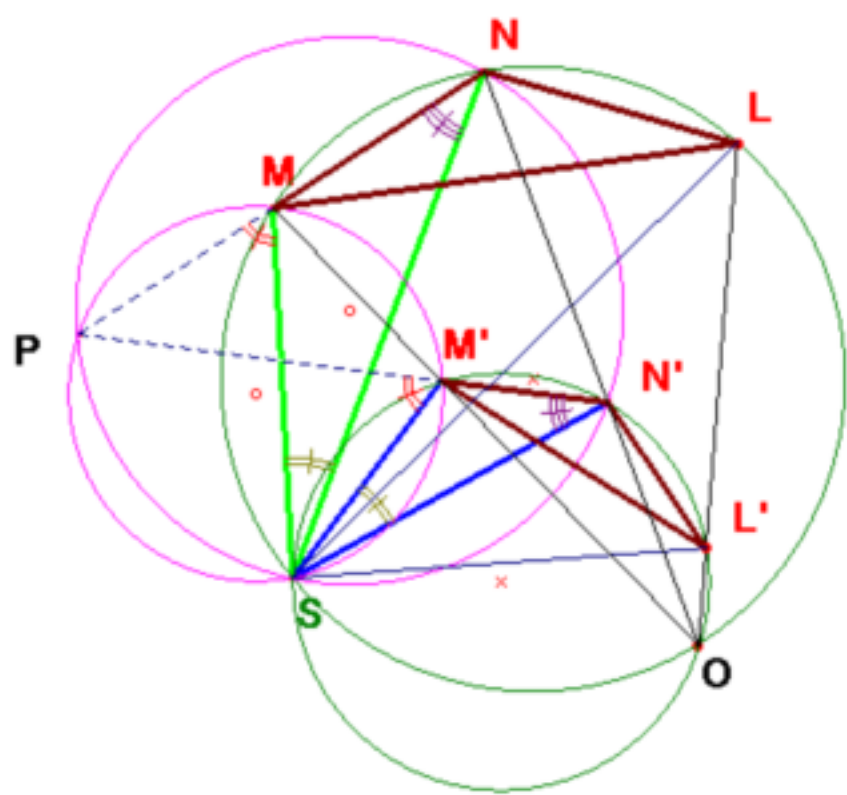
Problema 584

Propuesto por Ángel Montesdeoca Delgado, profesor del Departamento de Matemática Fundamental, Sección de Geometría y Topología, Universidad de La Laguna.

Triángulos semejantes y homólogos a la vez.

Cuando dos triángulos son semejantes y homólogos a la vez y los pares de vértices homólogos en la semejanza lo son también en la homología, entonces los centros de semejanza y homología son los puntos de intersección de las circunferencias circunscritas a los dos triángulos.

Inglada García-Serrano, V. (1948): Métodos para la resolución de los problemas geométricos. Dossat. Madrid. p.155



Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del I.E.S Fray Luis de León de Salamanca.

El centro de semejanza S es el único punto fijo en la semejanza directa entre los triángulos LMN y $L'M'N'$.

Si SMN y $SM'N'$ son semejantes y P es la intersección de MN con $M'N'$, N y N' están en el arco capaz de SP y ángulo $= \angle SMN$.

$\angle SMN = \angle SM'N'$: S, P, N y N' son concíclicos. Del mismo modo como $\angle SMP = \angle SM'P$ encontramos que S, P, M y M' son concíclicos. En resumen: S se obtiene como intersección de las circunferencias circunscritas a $SPMM'$ y a $SPNN'$.

De la igualdad de los ángulos MSN y $M'SN'$ se deduce la de los ángulos $\angle MSM'$ y $\angle NSN'$, y podemos considerar que S es también el centro de la semejanza que transforma el segmento MM' en NN' . En este caso, llamando O al punto de encuentro de los segmentos MM' y NN' tendremos que son concíclicos de una parte los puntos S, O, M y N y de otra S, O, M' y N' .

Si ahora consideramos el triángulo LMN semejante al $L'M'N'$ (centro S) y también homológico con él (centro O), el mismo razonamiento sirve para probar que S es también el centro de la semejanza que transforma MM' en LL' ($\angle$

$MSL = \angle M'SL'$ por la semejanza y entonces $\angle MSM' = \angle LSL'$) y en definitiva, que los puntos S, O, L y M son concíclicos así como también S, O, L' y M' . En resumen las circunferencias circunscritas a los triángulos del enunciado contienen

ambos los puntos O (centro de homología) y S (centro de semejanza). ■