

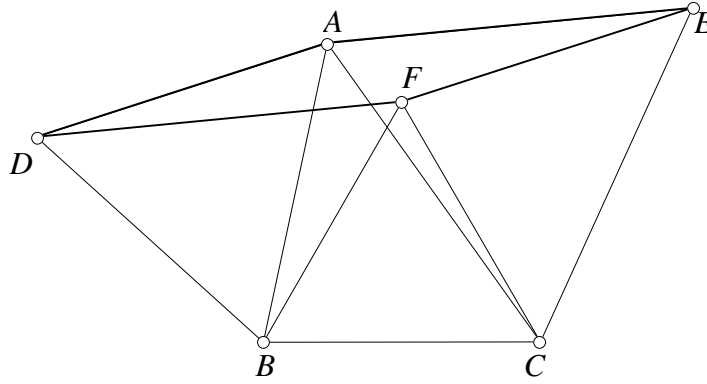
Problema 603 de triángulos cabri. Sea ABC un triángulo. Construyamos un triángulo equilátero BAD sobre el lado AB , con D y C en distintos semiplanos respecto a AB . Construyamos un triángulo equilátero ACE sobre el lado AC , con E y B en distintos semiplanos respecto a AC . Construyamos el triángulo equilátero BCF , sobre el lado BC , con F y A en el mismo semiplano respecto a BC . Demostrar que el cuadrilátero $AEFD$ es un paralelogramo.

Nunokawa, K., y Fukuzawa, T. (2002): Questions during Problem Solving with dynamic Geometric Software and Understanding Problem Situations.

Proc. Natl. Sci. Coun. ROC(D) Vol. 12, No. 1, 2002. pp. 31-43 (p. 32).

Solución de Francisco Javier García Capitán

Usamos números complejos, representando los afijos de cada punto con su correspondiente letra minúscula.



$ADFE$ ES UN PARALELOGRAMO

Tenemos

$$d = \frac{a+b}{2} + \frac{(a-b)\sqrt{3}i}{2},$$

$$e = \frac{c+a}{2} + \frac{(c-a)\sqrt{3}i}{2},$$

$$f = \frac{b+c}{2} - \frac{(b-c)\sqrt{3}i}{2},$$

de donde

$$a + f = \frac{2a+b+c}{2} - \frac{(b-c)\sqrt{3}i}{2} = d + e.$$