

Problema 610 de triángulos cabri. *Problema 4. Dados los lados AB y AC de un triángulo acutángulo ABC , se construyen exteriormente al triángulo, semicírculos teniendo estos lados como diámetros. Las rectas conteniendo las alturas relativas a los lados AB y AC cortan esos semicírculos en los puntos P y Q . Demostrar que $AP=AQ$.*

Eureka!, (1999): Núm 4, pag 19. Sociedade Brasileira de Matemática.

Solución de Francisco Javier García Capitán

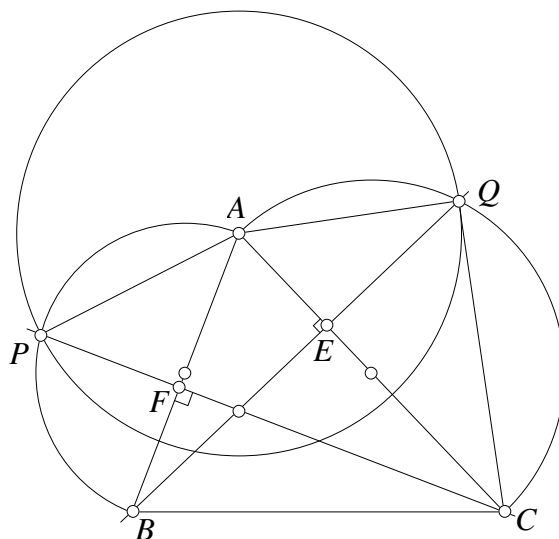


FIGURA 1: $AP = AQ$.

$$\begin{aligned} \frac{AQ}{AE} = \frac{AC}{AQ} &\Rightarrow AQ^2 = AC \cdot AE = AC \cdot (AB \cdot \sin A) \\ &= AB \cdot AC \cdot \sin A, \end{aligned}$$

que es una fórmula simétrica si intercambiamos B y C , por tanto también se obtendrá el mismo valor para AP^2 y tendremos $AP = AQ$.