

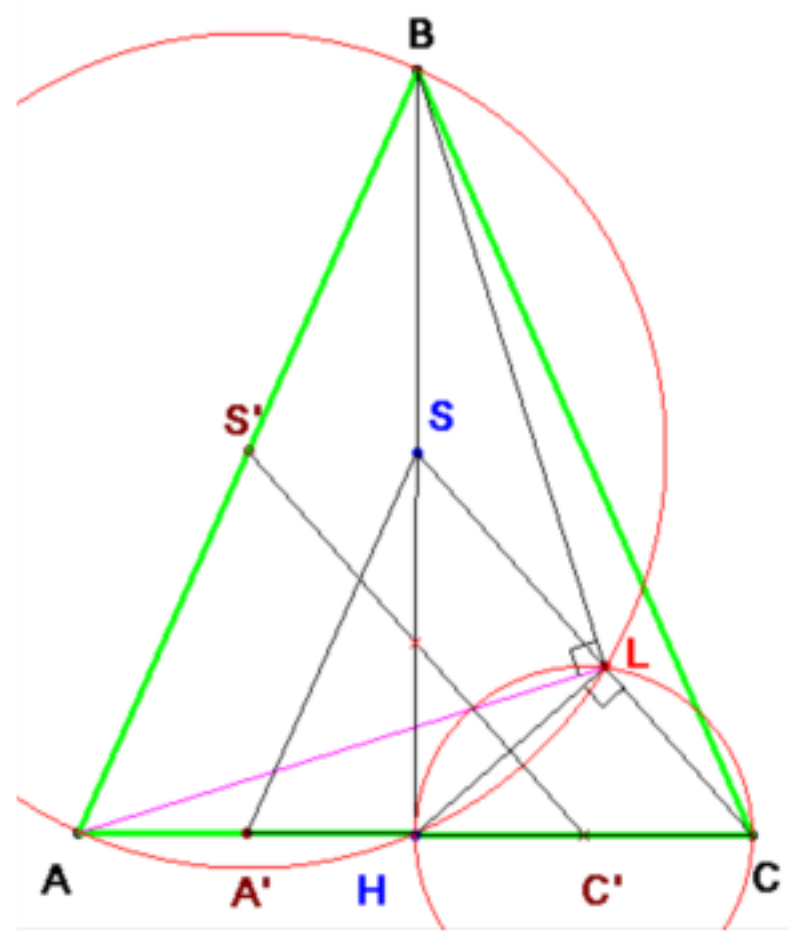
Problema 592

5.5.1 Se tiene un triángulo ABC , donde $AB=BC$. Si H y S son los puntos medios de AC y HB , respectivamente, y HL es perpendicular a SC en L , pruebe que es $\angle BLA=90^\circ$

Donaire, M. F. (2010): Formas y números. La geometría en las Olimpiadas Matemáticas. Fondo Editorial del Pedagógico San Marcos. Lima. (p. 180)

[El autor, Milton Favio Donaire Peña tuvo la gentileza de dedicarme este bello libro, lo que le agradezco profundamente. Ricardo]

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del I.E.S. Fray Luis de León (Salamanca).



Sean A' , S' y C' los puntos medios de AH , AB y HC respectivamente. Por ser ABC isósceles, una traslación de vector AA' envía el triángulo $AS'C'$ sobre el $A'SC$. Por tanto $S'C'$ y SC son paralelos y HL es perpendicular a SC (por construcción) y a $S'C'$.

Las circunferencias de diámetros AB y HC tienen centros respectivos S' y C' . La segunda pasa por L . Bastará con concluir que L está también sobre la primera.

El eje radical de ambas pasa por H y es perpendicular al segmento $S'C'$ de los centros, por tanto también pasa por L : es la recta HL y acabamos. ■