Quincena del 16 al 30 de marzo de 2012

Propuesto por Mario Garcia Armas, (Canadá) y Roberto Bosch Cabrera, (EE.UU)

Problema 641

Sea ABC un triángulo con circuncentro O. Sean M y N puntos sobre AB y AC respectivamente tal que $\angle A = \angle MON$. Demostrar que AM + AN + MN \geq BC.

García, M. y Bosch, R (2012): Comunicación personal.

Solución

Sea A' la reflexión de A respecto a OM y A'' la reflexión de A respecto a ON. La cuerda A'A'' es igual a BC (su ángulo central es $2\angle A$). De las propiedades de la reflexión se tiene que AM = A'M y AN = A''N. Luego AM + MN + NA = A'M + MN + NA'' \geq A'A'' = BC.

Mario Garcia Armas, Canadá. Roberto Bosch Cabrera, EE.UU