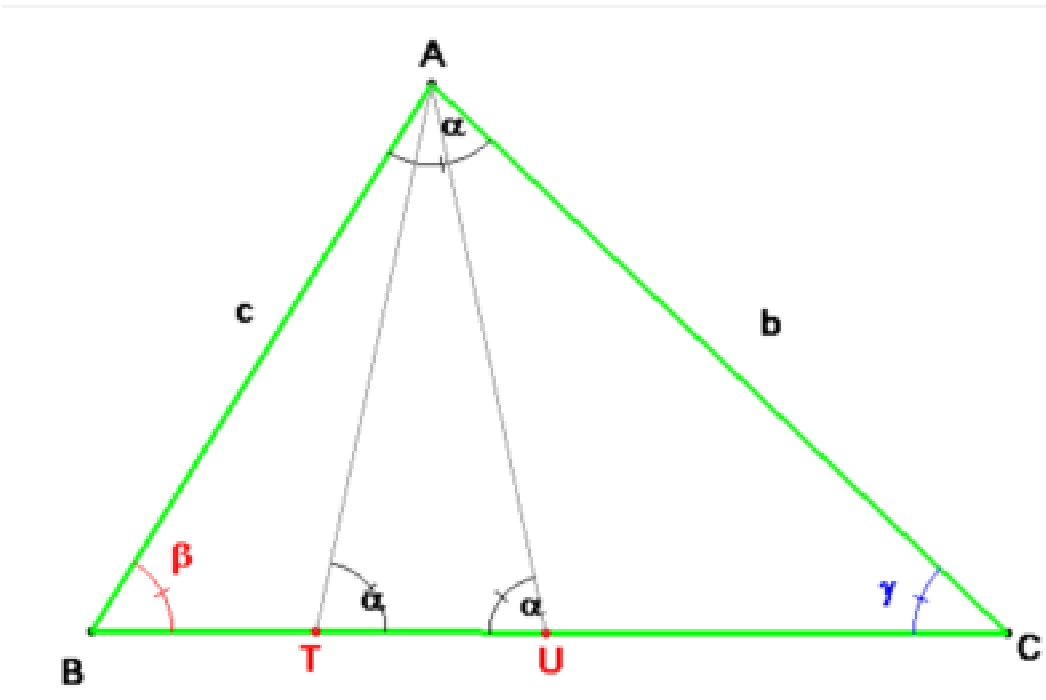
Problema 657.- *Sea ABC un triángulo. Construyamos sobre la recta BC los puntos T y U tales que $\measuredangle ATC = \measuredangle BAC$ y $\measuredangle AUB = \measuredangle BAC$. Se tiene $AB^2 + AC^2 = BC(UB + TC)$. (Este resultado es conocido como generalización de Thabit del teorema de Pitágoras).*

De Villiers, M. (1994-2009): Some adventures in Euclidean Geometry.

"La vida sin geometría no tiene sentido".

"El espíritu de las matemáticas … es activo antes que contemplativo- un espíritu de disciplinada investigación para las aventuras del intelecto". Alfred Alder (1984: Matemáticas y creatividad. EN Mathematics: People – Problems – Results, Vol II Douglas M.; Higgins, John C. (editors) Campbell.

Solución de Saturnino Campo Ruiz.



En el triángulo BAU $\measuredangle BAU = \gamma = \measuredangle BCA$. Según el t. de los senos

$$\frac{UB}{sen\,C} = \frac{c}{sen\,A}.$$

Igualmente en ΔTAC $\measuredangle TAC = \beta = \measuredangle ABC$ y se tiene:

$$\frac{TC}{senB} = \frac{b}{senA}.$$

Despejando UB y TC en ambas obtenemos

$$TC + UB = \frac{bsenB + csenC}{senA}.$$

Multiplicando por $a = BC$ y volviendo a utilizar el teorema de los senos en ABC resulta

ahora

$$BC \cdot (TC + UB) = \frac{b \cdot a \cdot senB + c \cdot a \cdot senC}{senA} = \frac{b^2 senA + c^2 senA}{senA} = b^2 + c^2 = AC^2 + AB^2$$

como se quería demostrar. ∎