

**Problema 661**

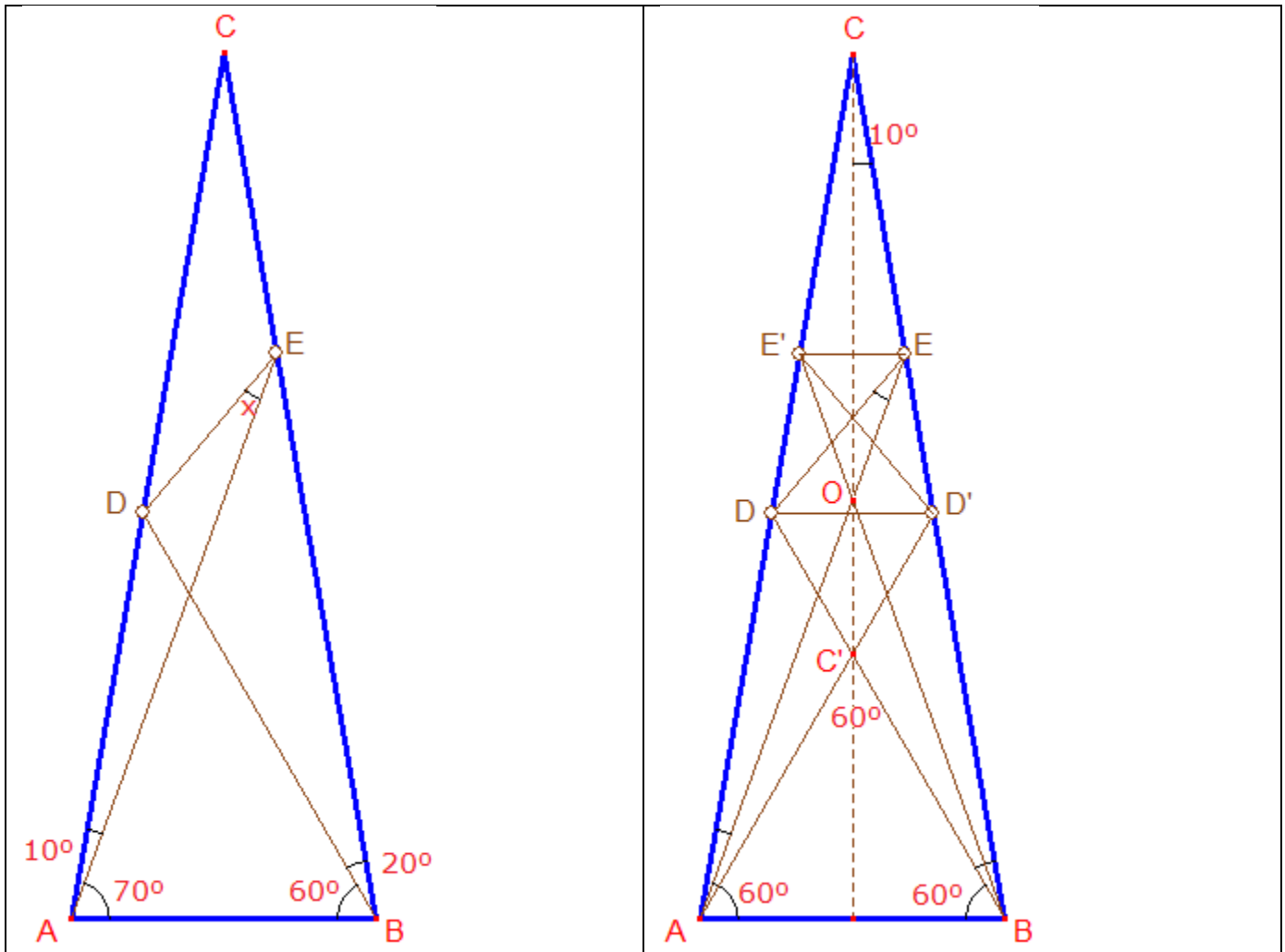
Sea ABC un triángulo tal que

1) D esté sobre el lado AC tal que  $\angle DBA = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 20^\circ$

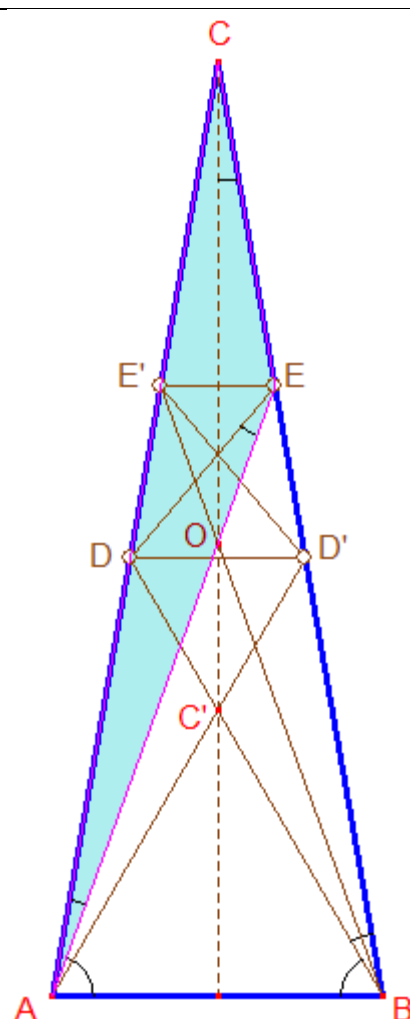
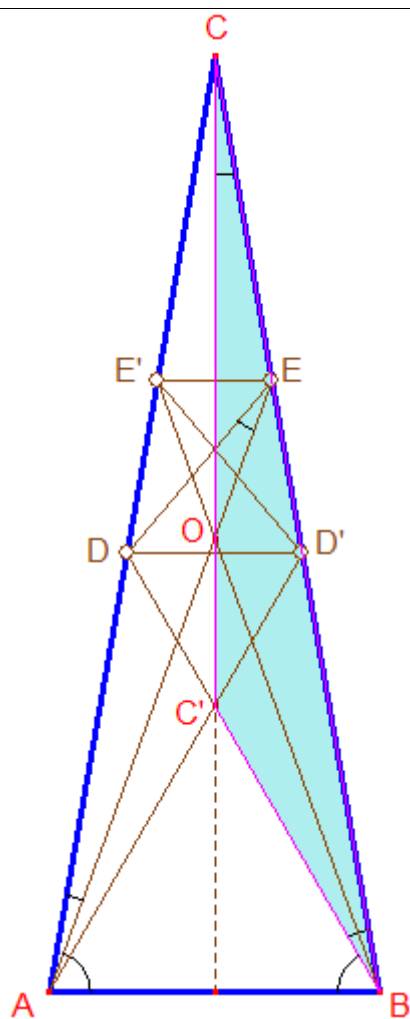
2) E esté sobre el lado BC tal que  $\angle EAB = 70^\circ$ ,  $\angle CAE = 10^\circ$ .

Hallar la medida del ángulo DEA.

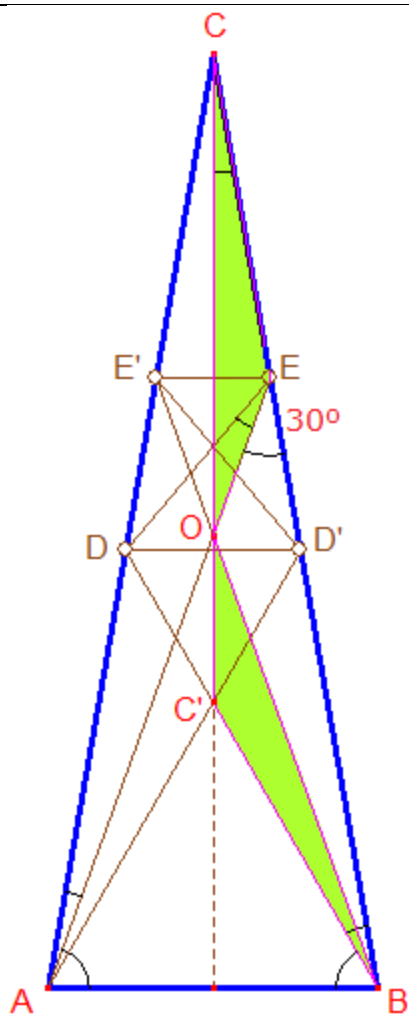
**Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.**



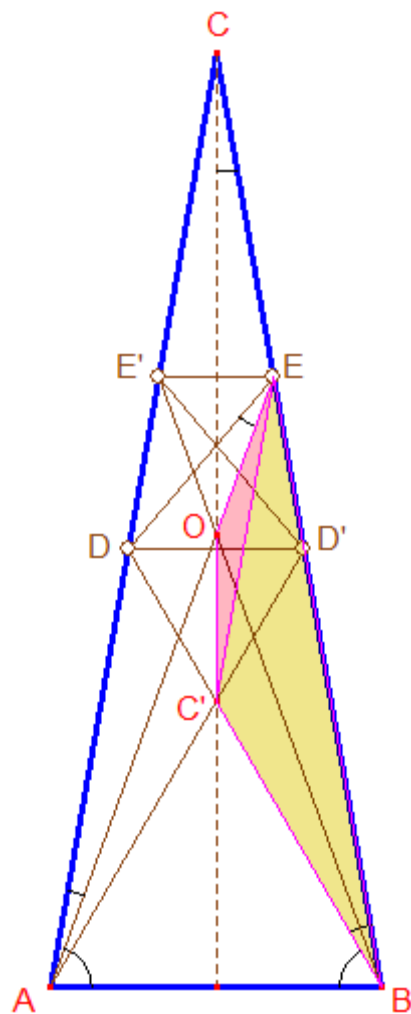
Completamos la construcción de un modo simétrico respecto de la mediatriz del lado AB. Obtenemos así la siguiente figura y nos detenemos para observar las relaciones existentes.



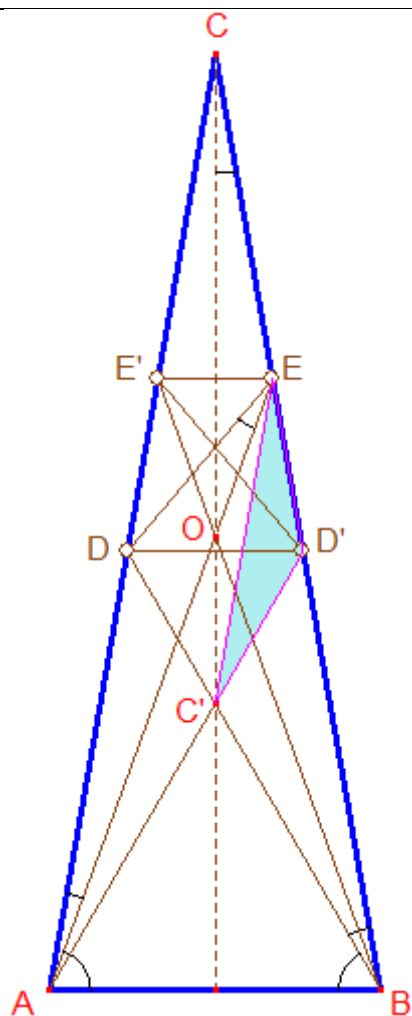
De la semejanza de triángulos  $\triangle CC'B \sim \triangle AEC$  obtenemos que  $\overline{BC'} = \overline{CE}$



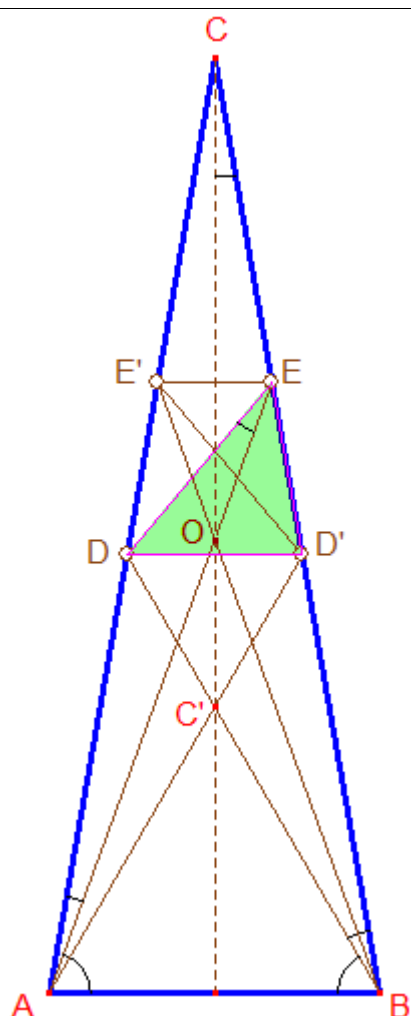
Como los ángulos en los triángulos sombreados  $\triangle CEO$  y  $\triangle BC'O$  son iguales y además tienen ambos un lado igual,  $\overline{BC'} = \overline{CE}$  entonces dichos triángulos son congruentes. Deducimos, en particular, la igualdad existente entre los lados  $\overline{OC'} = \overline{OE}$ .



De la igualdad de los segmentos  $\overline{OC'} = \overline{OE}$ , podemos considerar el triángulo isósceles  $\triangle OC'E$  y, de esta forma deducir la igualdad de los ángulos  $\angle OEC' = \angle OC'E = 10^\circ$ . Así surge que el triángulo  $\triangle C'EB$  es igualmente isósceles, pues tiene dos ángulos iguales a  $20^\circ$ .  $\angle C'EB = \angle C'BE = 20^\circ$  y así deducimos la igualdad  $\overline{EC'} = \overline{BC'}$ .



Como el ángulo  $\sphericalangle C'ED' = \sphericalangle EC'D' = 20^\circ$  deducimos la igualdad de los segmentos  $\overline{D'E} = \overline{D'C'}$  iguales ambos a los lados del triángulo equilátero  $\triangle C'D'D$



De este modo, deducimos que el triángulo sombreado  $\triangle ED'D$  es isósceles, por tener dos lados iguales,  $\overline{D'E} = \overline{D'D}$ .

Como el ángulo  $\sphericalangle ED'D = 80^\circ$ , entonces los ángulos iguales valen cada uno de ellos  $50^\circ$ ,  $\sphericalangle D'DE = \sphericalangle D'ED = 50^\circ$ .

Como el ángulo  $\sphericalangle OED' = 30^\circ$ , entonces el ángulo solicitado  $\sphericalangle x = \sphericalangle AED = 20^\circ$