

Problema 671

2.(a) ¿Es posible dividir un triángulo equilátero en 4 triángulos equiláteros?

(b) ¿Es posible dividir un triángulo equilátero en 5 triángulos equiláteros?

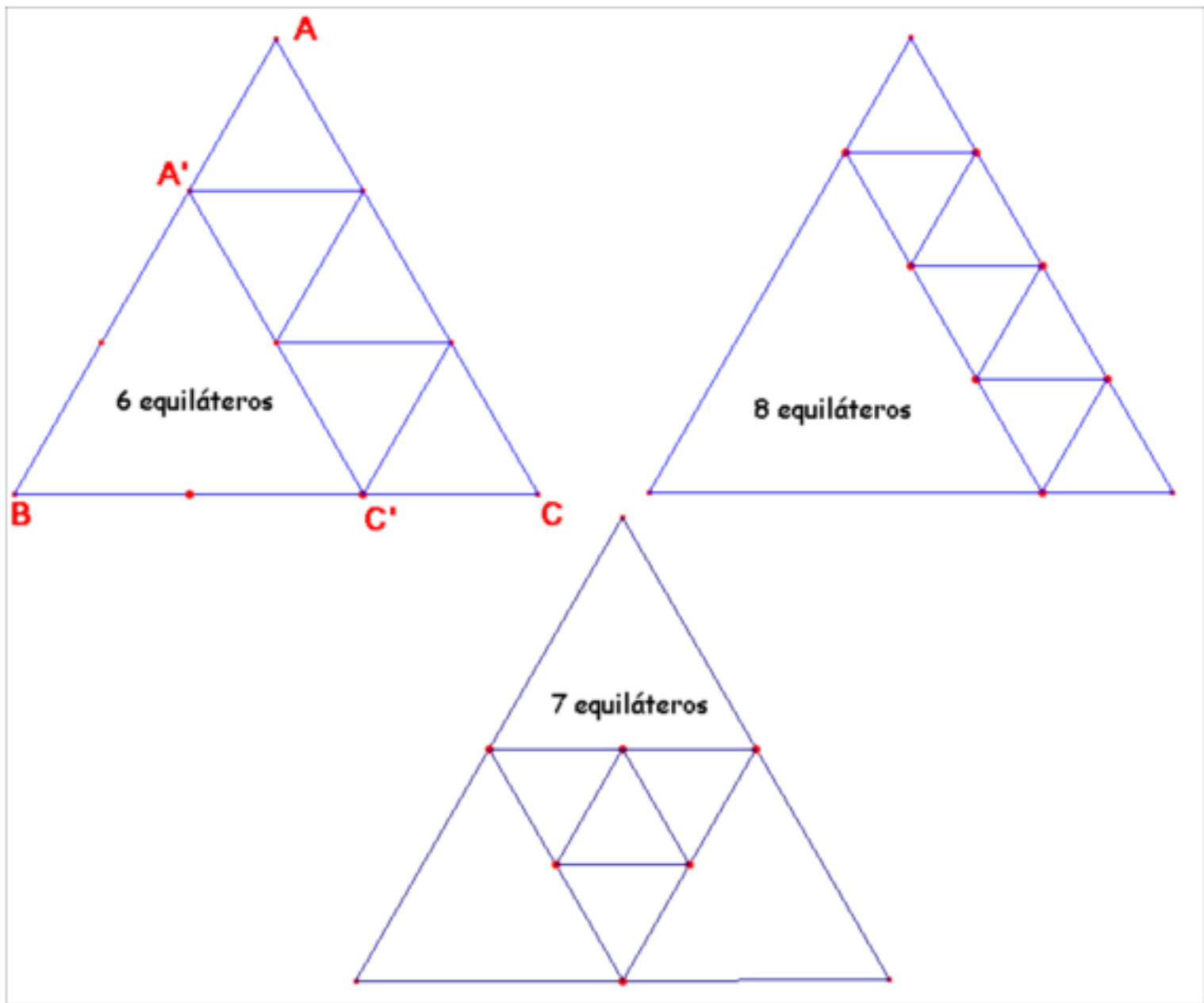
(c) Demostrar que cualquier triángulo equilátero se puede dividir en n triángulos equiláteros, para cualquier $n > 5$.

I OLIMPIADA BOLIVARIANA DE MATEMATICAS Nivel Intermedio - Segundo Día (9 de junio de 2000).

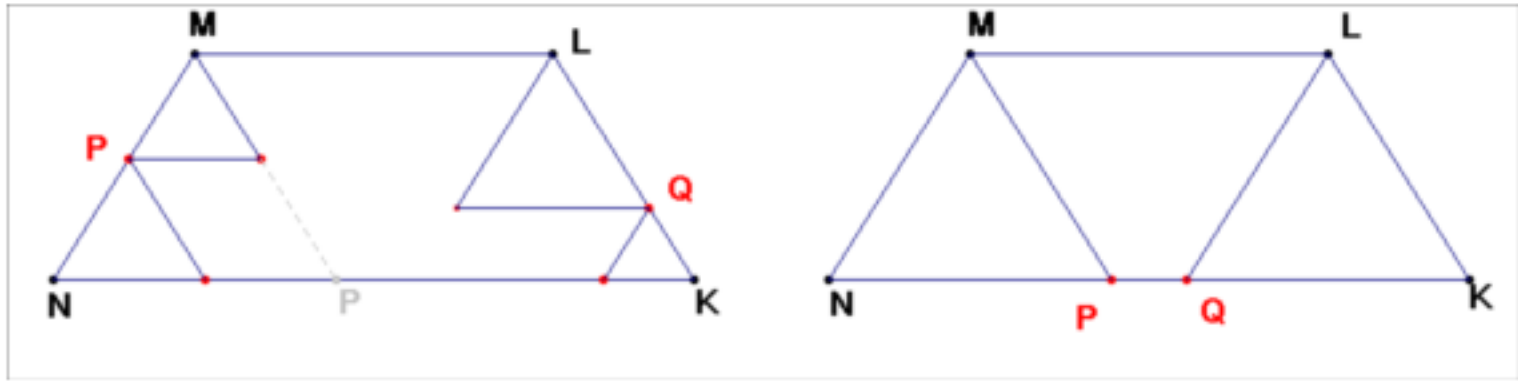
Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

a) Es bien claro que un triángulo equilátero puede dividirse en otros cuatro sin más que tomar los puntos medios de los lados. Por esto, si lo hemos dividido en n triángulos, tomando uno cualquiera de ellos y dividiéndolo en otros cuatro habremos pasado a una configuración de $n + 3$ triángulos, y si se repite el procedimiento con un triángulo de la división, pasaríamos a $n + 6, n + 9$, etc.

c) Bastará pues ver que podemos descomponer el triángulo inicial en 6, 7 u 8 triángulos equiláteros. Con esto quedará probada la división en n triángulos equiláteros, para $n > 5$. Las figuras que siguen muestran de forma muy clara cómo se puede conseguir esa división.



b) La división en 5 triángulos, parece imposible. Separando uno exterior nos quedaría un trapecio isósceles y éste es imposible descomponerlo en 4 triángulos equiláteros iguales o no.



Si se toma un punto P sobre el lado MN y otro Q sobre LK , la necesidad de dividirse en equiláteros obliga a construir esos 4 triángulos, que no completan la división del trapecio.

Si se toma un punto P sobre una base, ha de ser MP paralela a LK y obliga a tomar otro punto Q tal que LQ sea paralelo a MN . De cualquier modo no completamos la división del trapecio en equiláteros: se completaría cuando P y Q coincidieran en el punto medio, pero entonces la división sería sólo de tres triángulos y no de 4 como estamos buscando.

También pueden combinarse estas situaciones: P sobre una base y Q sobre un lado. De cualquier modo resulta imposible la división en cuatro equiláteros.