

Problema 672.

Dado un triángulo ABC, sea D el punto medio de AC. Tenemos que $\angle ABD = 50^\circ$ y $\angle BCD = 40^\circ$. Hallar $\angle DBC$.

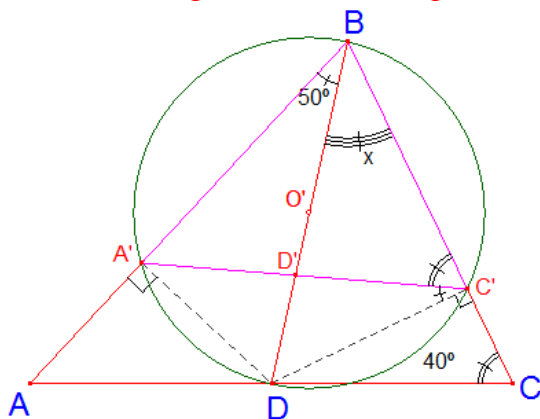
Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Trazamos por el punto D las perpendiculares a los lados AB y BC, obteniendo los puntos A' y C', respectivamente. Por tanto, el cuadrilátero A'BC'D será inscriptible en la circunferencia de diámetro BD. Sea O', punto medio de BD.

De este modo, el ángulo $\angle DC'A' = \angle DB'A' = 50^\circ$ y, por tanto, el ángulo $\angle A'C'B = 40^\circ$.

Así, el lado A'C' será paralelo al lado AC, y los triángulos ABC y A'BC' son semejantes.

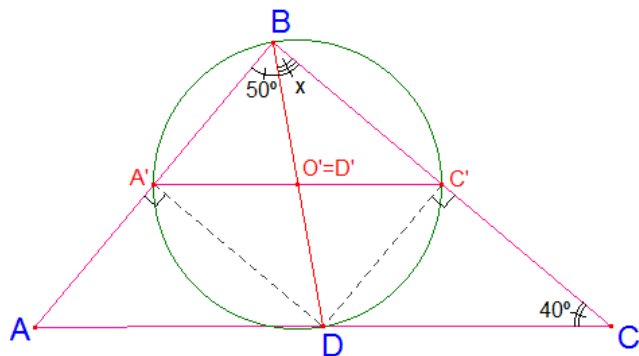
Por tanto, el segmento BD intercepta al lado A'C' en su punto medio D'



Pueden presentarse dos casos o situaciones posibles:

Caso 1.- El punto D' coincide con el punto O'.

En este caso, el triángulo A'BC' es rectángulo en B y, por tanto el ángulo x vale 40° .



Caso 2.- El punto D' no coincide con el punto O'.

La circunferencia circunscrita al cuadrilátero A'BC'D es la circunscrita al triángulo A'BC'. Luego la mediatriz del lado A'C' deberá pasar por el centro O' de dicha circunferencia. Y para que esto ocurra, deberá ser BD perpendicular al lado AC. Es decir, la mediana BD deberá ser mediatriz del lado AC y así, el triángulo ABC será isósceles, siendo así por tanto que el ángulo $x = 50^\circ$.

