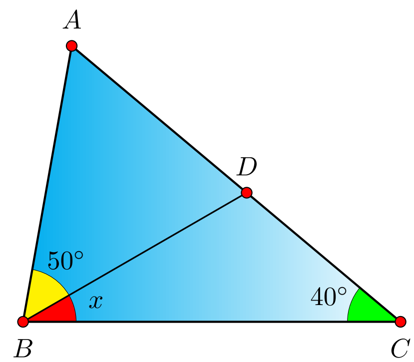
Problema 672. Dado un triángulo ABC, sea D el punto medio de AC. Tenemos que $\angle ABD = 50°$ y $\angle BCD = 40°$. Hallar $\angle DBC$.

Propuesto por Julio A. Miranda Ubaldo, profesor de la Academia San Isidro (Huaral), de Perú

Soluzione di Ercole Suppa.



Posto $\angle DBC = x$ si ha che $\angle BDC = 140° - x$, $\angle BDA = 40° + x$, $\angle DAB = 90° - x$.
Pertanto, dal teorema dei seni applicato al triangolo $\triangle ABD$, risulta che:

$$\frac{BD}{\sin(90° - x)} = \frac{AD}{\sin 50°} \quad \Rightarrow \quad BD = \frac{AD \sin(90° - x)}{\sin 50°} \tag{1}$$

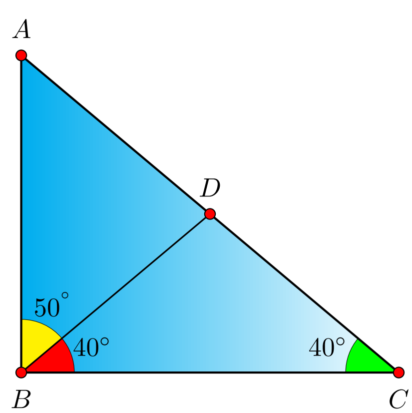
e analogamente, dal teorema dei seni applicato al triangolo $\triangle BCD$, abbiamo:

$$\frac{BD}{\sin 40°} = \frac{DC}{\sin x°} \quad \Rightarrow \quad BD = \frac{DC \sin 40°}{\sin x} \tag{2}$$

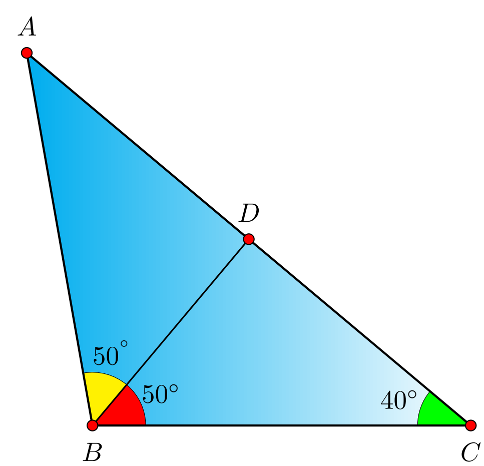
Da (1) e (2), tenuto conto che $AD = DC$, segue che

$$\begin{aligned}
&\frac{\sin(90° - x)}{\sin 50°} = \frac{\sin 40°}{\sin x} && \Rightarrow \\
&\sin x \sin(90° - x) = \sin 40° \sin 50° && \Rightarrow \\
&\sin x \cos x = \sin 40° \sin 50° && \Rightarrow \\
&\sin x \cos x = \frac{1}{2}(\cos 10° - \cos 90°) && \Rightarrow \\
&2 \sin x \cos x = \cos 10° && \Rightarrow \\
&\sin 2x = \sin 80° && \Rightarrow \\
&x = 40° \quad \vee \quad x = 50°
\end{aligned}$$

Il problema ammette pertanto due soluzioni:



$\angle DBC = 40°$



$\angle DBC = 50°$

□