

Problema 672.

Dado un triángulo ABC, sea D el punto medio de AC. Tenemos que $\angle ABD = 50^\circ$ y $\angle BCD = 40^\circ$. Hallar $\angle DBC$.

Anónimo

Solución de Fabiola Czwieczek, profesora de Matemática (jubilada). Turmero, Venezuela.

Aprovecharemos las herramientas que nos proporciona Cabri II y construiremos un triángulo ABC tal que $\angle ABD = 50^\circ$ y $\angle BCD = 40^\circ$, siendo D el punto medio de $\overline{AC}$.

En primer lugar, tracemos el segmento $\overline{AC}$ y marquemos su punto medio D (figura 1).

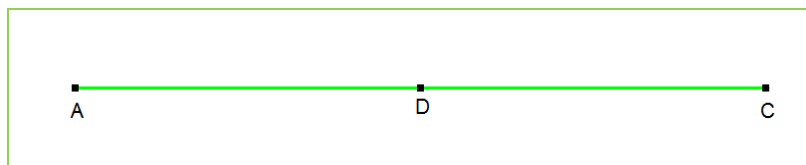


Figura 1

La pregunta ahora es: ¿cómo determinar el vértice B?. Nótese que:

- 1) Como $\angle ABD = 50^\circ$, B pertenece a un arco capaz del segmento $\overline{AD}$ de ángulo 50° .
- 2) Como $\angle BCD = 40^\circ$, B pertenece a una semirrecta $\overrightarrow{CE}$ tal que $\angle ECD = 40^\circ$.

Esto es, B es un punto de intersección de los dos lugares geométricos descritos: el arco capaz y la semirrecta. Construyamos ambos lugares geométricos en el semiplano superior con respecto a la recta $\overleftrightarrow{AC}$. En la figura 2 se muestra el arco capaz del segmento $\overline{AD}$ de ángulo 50° .

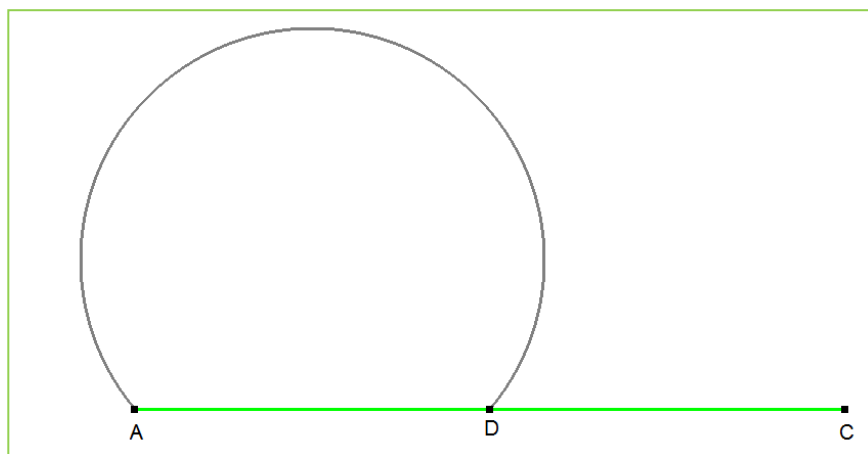


Figura 2

En la figura 3 vemos que, una vez construida la semirrecta $\overrightarrow{CE}$ tal que $\angle ECD = 40^\circ$, tenemos dos puntos de intersección de dicha semirrecta con el arco capaz del segmento $\overline{AD}$ de ángulo 50° . Los hemos denotado por B_1 y B_2 . Evaluemos la situación en cada caso.

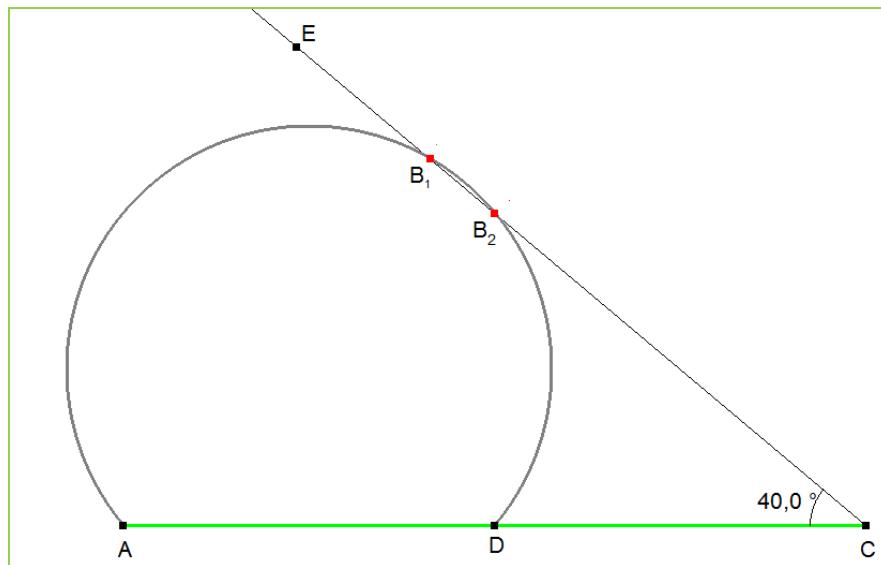


Figura 3

Considerando el punto $B_1 = B$.

En este caso, $\angle DBC = 40^\circ$ (figura 4). Tenemos, así, que el triángulo dado es rectángulo con ángulo recto en el vértice B. Otro detalle interesante es que $AD = DC = BD$.

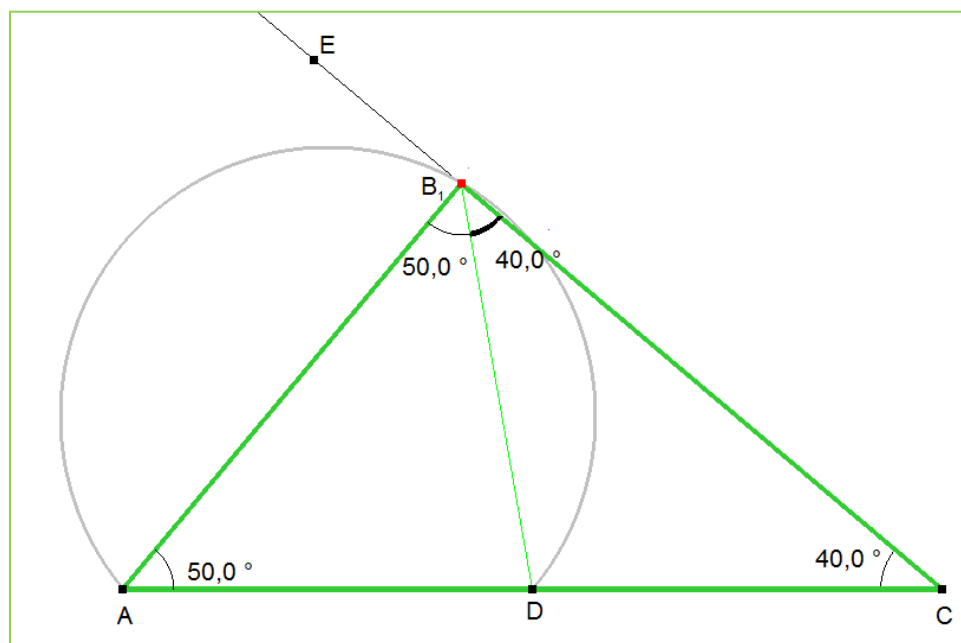


Figura 4

Considerando el punto $B_2 = B$

En este caso, $\angle DBC = 50^\circ$ (figura 5). Tenemos que el triángulo dado es isósceles, con $AB = BC$ y B pertenece a la mediatriz del segmento $\overline{AC}$.

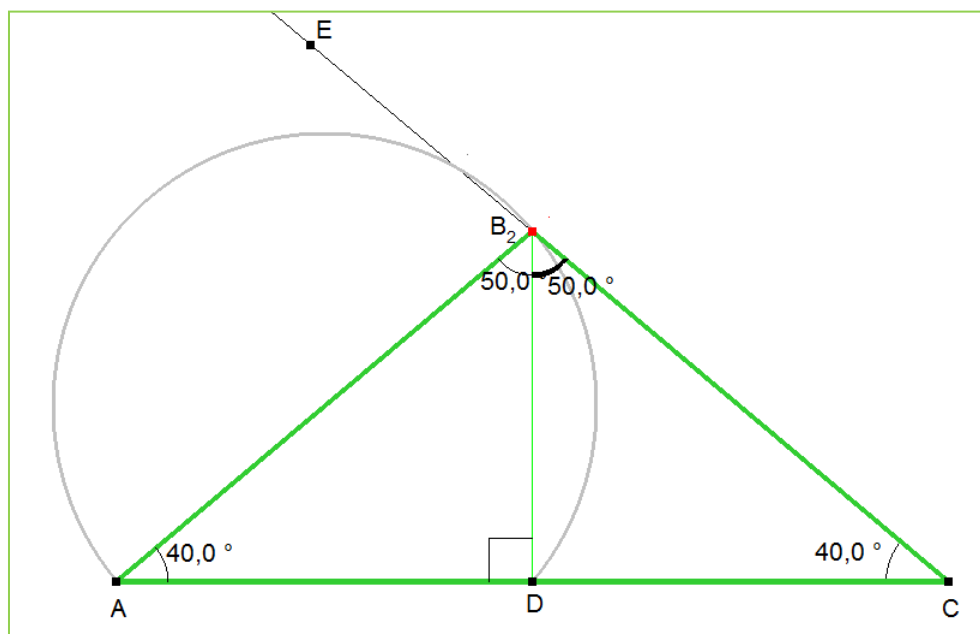


Figura 5