## Problema 679

Determinar el coseno del ángulo  $\,\alpha\,$  de la base de un triángulo isósceles si se sabe que el baricentro se encuentra en la circunferencia inscrita al triángulo.

## Solución de Ricard Peiró:

Sea el triángulo isósceles  $\overrightarrow{ABC}$   $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = a$ ,  $\overrightarrow{AB} = c$ .

Sea 
$$\alpha = A = B$$
.

Sea I l'incentro. Sea r el radio de la circunferencia inscrita.

Sea M el punto medio del lado  $\overline{AB}$ .

Sea N el punto medio del lado  $\overline{BC}$ 

Sea G el baricentro que pertenece a la circunferencia inscrita.

$$\overline{\mathsf{GM}} = 2\mathsf{r}$$
.

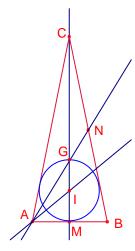
Por la propiedad del baricentro:

$$\overline{CG} = 2\overline{GM} = 4r$$
.

Calculemos el área del triángulo:

$$S_{ABC} = \frac{c \cdot 6r}{2} = \frac{a + a + c}{2}r \text{ . Simplificando:}$$

$$5c = 2a$$
.



Aplicando razones trigonométricas al triángulo rectángulo AMC :

$$\cos \alpha = \frac{c}{2a} = \frac{\frac{2}{5}a}{\frac{2}{2a}} = \frac{1}{5}$$