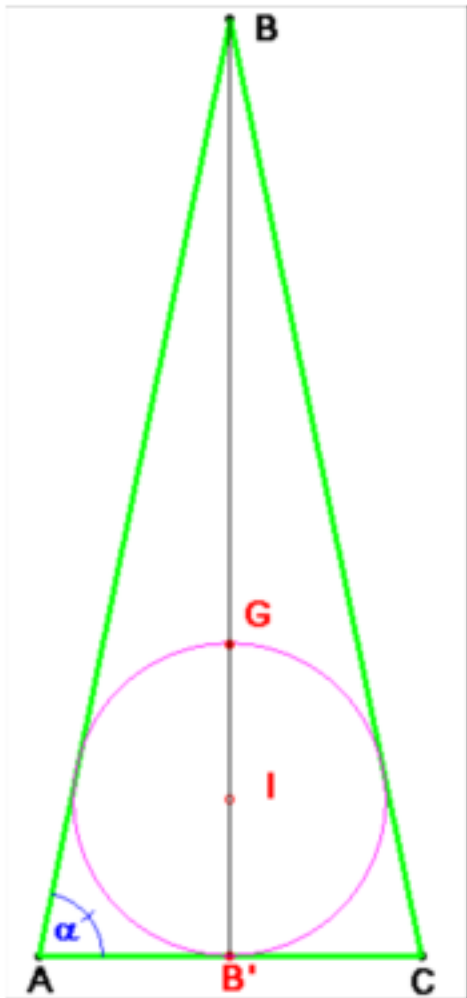


Problema 679.- Hallar el coseno del ángulo α de la base de un triángulo isósceles si se sabe que el baricentro se encuentra en la circunferencia inscrita en el triángulo.

Peiró, R. (2013). Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



El baricentro ha de ser diametralmente opuesto al punto medio B' de la base AC . Está situado a un tercio de B' y a dos tercios de B , por tanto, la altura sobre el lado desigual mide seis veces el radio de la circunferencia inscrita.

Aplicando para el área del triángulo las expresiones referidas a una base y su altura y al semiperímetro y el radio de la circunferencia inscrita podemos escribir:

$$b \cdot h = 2s \cdot r,$$

o bien

$$6 \cdot b \cdot r = (2a + b) \cdot r.$$

Eliminando el radio r se obtiene la expresión

$$6b = 2a + b,$$

y de ahí,

$$5 \cdot b = 2 \cdot a$$

que indica la relación existente entre los lados de este triángulo.

A partir de aquí,

$$\cos \alpha = \frac{b}{2a} = \frac{1}{5},$$

que es lo que se deseaba calcular.

La conclusión final se puede expresar diciendo que *el triángulo isósceles que tiene el baricentro sobre su circunferencia inscrita es el de lados 2, 5, 5.*