Propuesto por Julio A. Miranda Ubaldo, profesor del Grupo de Asesoría Matemática Fermat, de Perú

Problema 681.-

Sean APQ, AQR, ARS tres triángulos inscritos en la misma circunferencia con <PAQ=<QAR=<RAS. Demostrar que AR(AP+AR)=AQ(AQ+AS)

OLIMPIADA MATEMATICA BRITANICA. Segunda Fase : Martes , 24 de Febrero de 1994.

Solucion del director.

Sea <PAQ=<QAR=<RAS=α. Sea <APQ=ω.

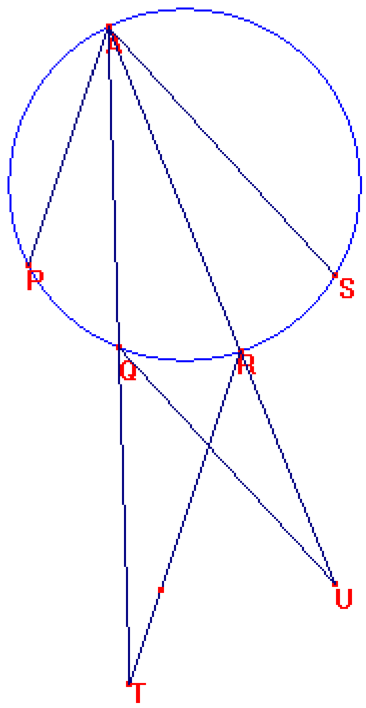
Es <AQP=180-ω-α ; <ARQ=180-ω; <AQR=ω-α ; <ASR=180+α-ω; <ARS=ω-2α.

Sea AP=a. Es:

$$AQ = \frac{sen\ \omega}{sen\ (\alpha+\omega)} a, AR = \frac{sen(\omega-\alpha)}{sen\ (\omega+\alpha)} a; AS = \frac{sen\ (\omega-2\alpha)}{sen\ (\omega+\alpha)} a$$

De esta manera, es $\frac{AR}{AQ} = \frac{sen\ (\omega-\alpha)}{sen\ \omega}$

Y es $\frac{AQ+AS}{AR+AP} = \frac{sen\ \omega + sen\ (\omega-2\alpha)}{sen\ (\omega-\alpha) + sen\ (\omega+\alpha)} = \frac{2\ sen\ (\omega-\alpha)\cos\alpha}{2\ sen\ \omega\cos\alpha} = \frac{sen\ (\omega-\alpha)}{sen\ \omega} = \frac{AR}{AQ}$



Ricardo Barroso Campos. Jubilado. Sevilla.