

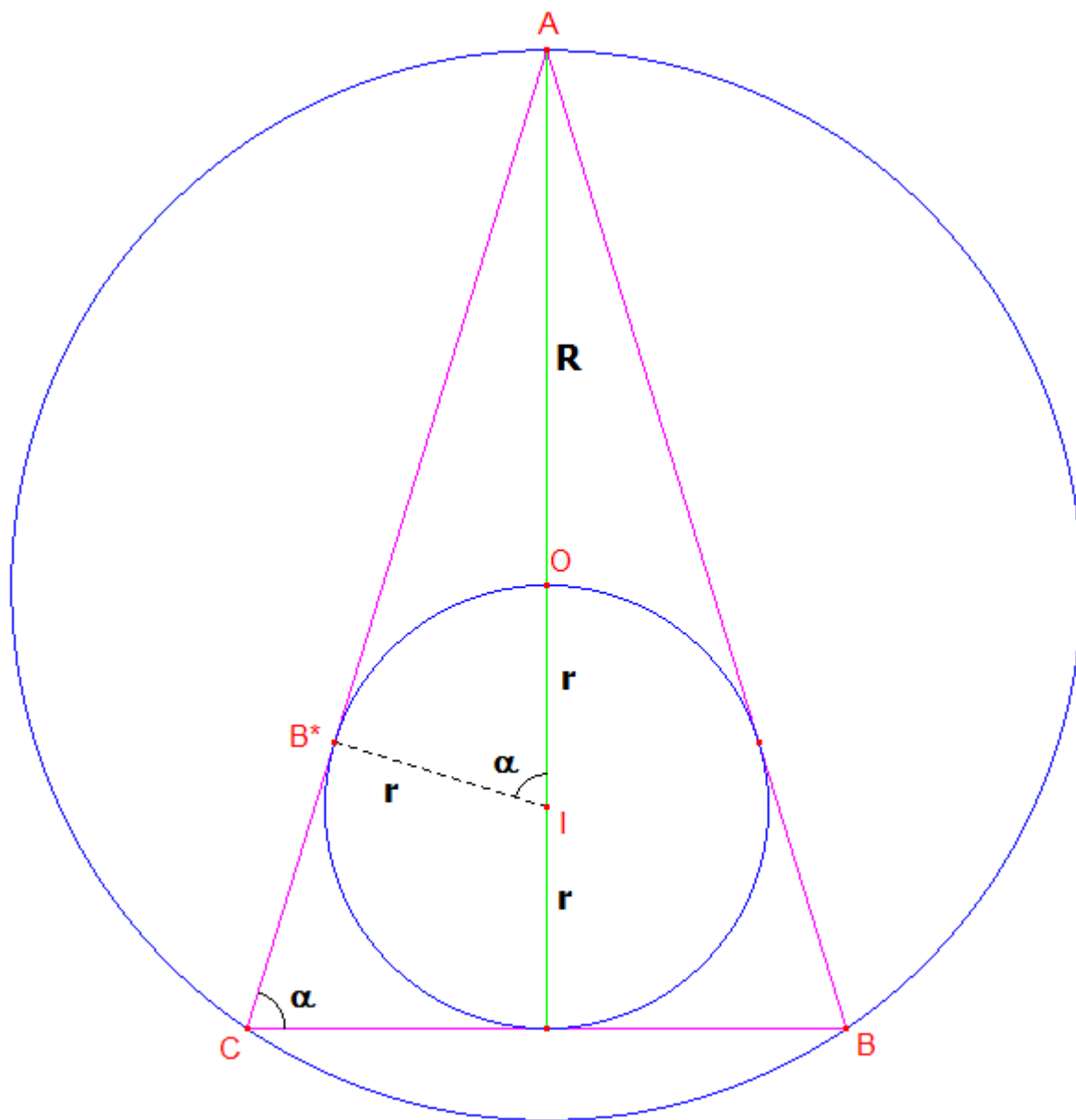
Propuesto por Ricard Peiró i Estruch. Profesor de Matemáticas del IES "Abastos" (València).

Problema 682.-

Hallar el coseno del ángulo α de la base de un triángulo isósceles si se sabe que el circuncentro se encuentra en la circunferencia inscrita en el triángulo.

Peiró, R. (2013): Comunicación personal.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.



Sea dado el triángulo isósceles ABC, con el ángulo α en B y C. Si nuestro triángulo verifica que su Circuncentro, O, pertenece a la circunferencia inscrita, utilizando la relación de Euler $OI^2 = R^2 - 2Rr$, tenemos que:

$$r^2 = R^2 - 2Rr \Rightarrow R = (1 + \sqrt{2})r$$

Por tanto, se tendrá que $\cos \alpha = \frac{r}{R+r} = \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$, expresión que nos permitirá construir sin dificultad el triángulo isósceles ABC con dichas características.