

Construir un triángulo rectángulo con el baricentro en la circunferencia inscrita.

SOLUCIÓN:

Problema propuesto en el Laboratorio virtual de triángulos con Cabri (TriangulosCabri), con el número **683**.

<http://www.personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/index.htm>

Quincena del 1 al 15 de mayo de 2013

Vamos a construir el triángulo $\widehat{ABC}$, rectángulo en el vértice B y en el que suponemos dado la longitud a del lado BC (sin que con esto el problema pierda generalidad; incluso podemos tomar la cantidad a como unidad de medida).

La circunferencia inscrita $I(r)$ en un triángulo $\widehat{ABC}$ tiene por ecuación baricéntrica:

$$a^2yz + b^2zx + c^2xy - \frac{1}{4}(x+y+z)((b+c-a)^2x + (c+a-b)^2y + (a+b-c)^2z) = 0.$$

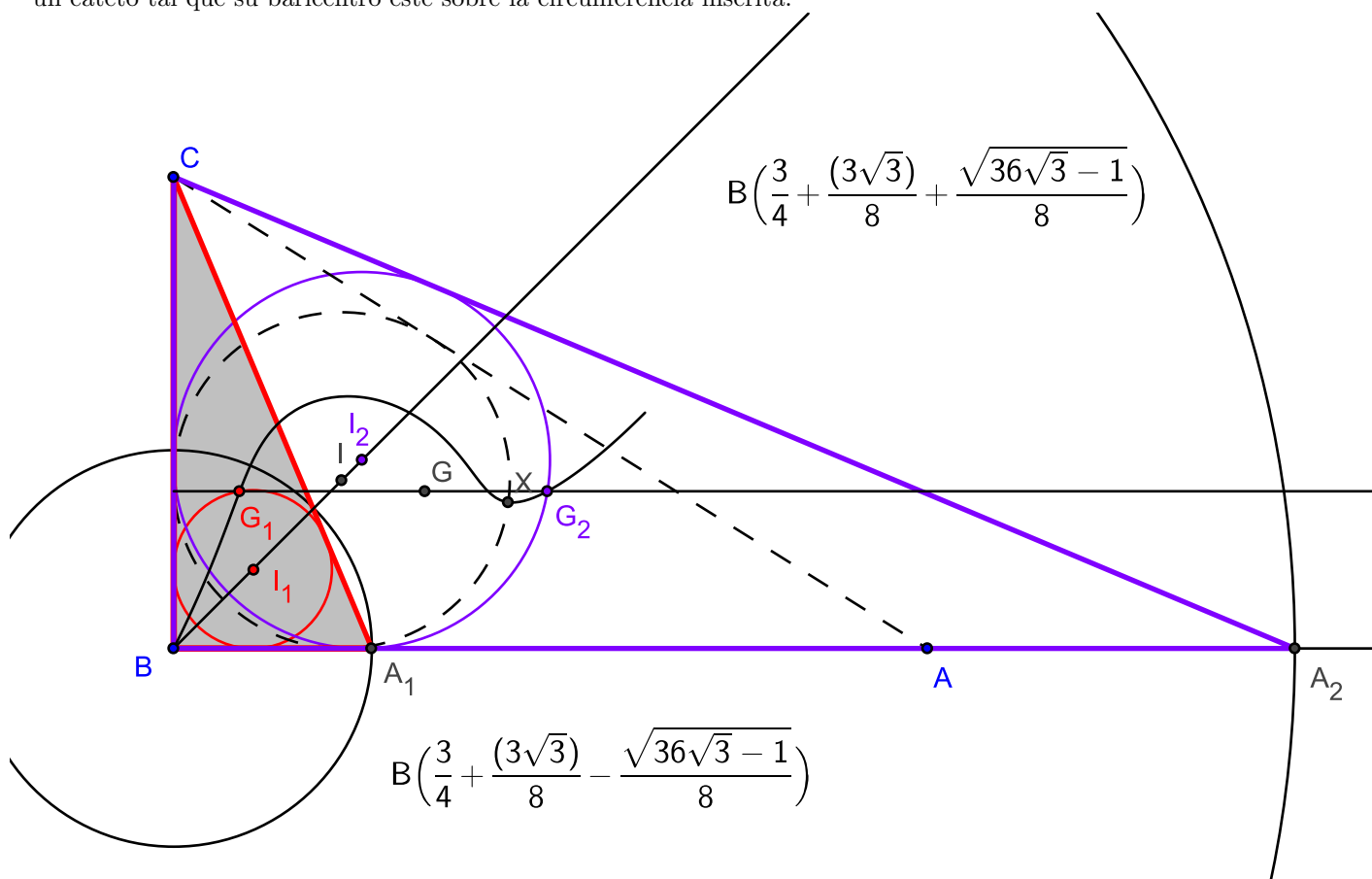
Si sustituimos en esta ecuación las coordenadas del baricentro $G(1:1:1)$ e imponemos que $b^2 = a^2 + c^2$, resulta que debemos resolver el sistema de ecuaciones, en las variables b y c :

$$3ab + 3ac + 3bc - 5a^2 - 5c^2 = 0, \quad b^2 = a^2 + c^2.$$

Tomando $a = 1$ (nueva unidad de medida), resulta que:

$$c = \frac{1}{8} \left(6 + 3\sqrt{3} \pm \sqrt{36\sqrt{3} - 1} \right).$$

Longitudes que pueden ser construidas con regla y compás. Por lo que existen dos triángulos rectángulos, conocido un cateto tal que su baricentro esté sobre la circunferencia inscrita.



Appet GeoGebra

<http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/trresolu.pdf>
<http://webpages.ull.es/users/amontes/pdf/ejct2519.pdf>