Problema 683.

Construir un triángulo rectángulo con el baricentro en la circunferencia inscrita.

Barroso, R. (2013): Comunicación personal.

Solución del director.

Sin pérdida de generalidad podemos suponer que b=1, siendo b la hipotenusa.

Si tomamos coordenadas cartesianas, y tomamos B(0,0), A(o,a), C(c,0).

Si r es el inradio debe ser (a-r)+(c-r)=1, por lo que el inradio es r= $\frac{a+c-1}{2}$.

El incentro está situado en I((a+c-1)/2, (a+c-1)/2).

El baricentro en G(c/3, a/3).

Así la ecuación de la inscrita es:

$$(x-\frac{a+c-1}{2})^2+(y-\frac{a+c-1}{2})^2=(\frac{a+c-1}{2})^2$$

Haciendo que G sea de la inscrita habrá de ocurrir, desarrollando y simplificando que:

3ac+3a+3c-5=0.

O bien, $3a\sqrt{1-a^2}+3a+3\sqrt{1-a^2}-5=0$

Es decir

$$-9a^4-18a^3-9a^2+48a+16=0$$

Llevada esta ecuación a

http://www.wolframalpha.com

nos da como soluciones

$$a=-\frac{1}{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{\sqrt{3}}-\frac{13}{3}}\approx 0.38755$$

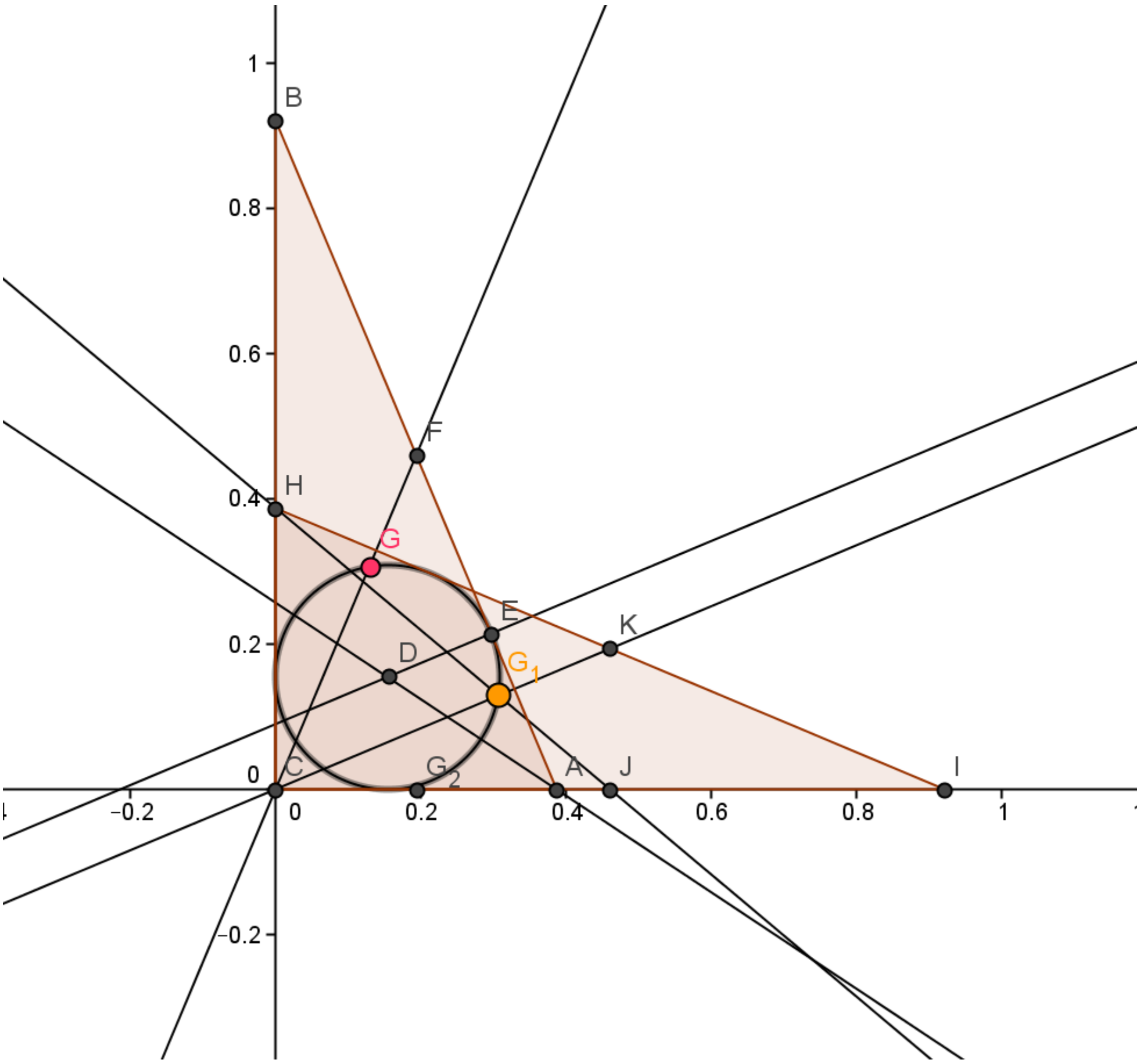
$$a=\frac{1}{2}\left(-1+\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{8}{\sqrt{3}}-\frac{13}{3}}\right)\approx 0.92185$$

$x \approx -1.6547 - 1.49601\, i$

$x \approx -1.6547 + 1.49601\, i$

Siendo inapropiadas las dos últimas.

Geogebra ofrece la construcción pedida



Ricardo Barroso Campos

Jubilado.

Sevilla