

Problema 687.

Construyamos una circunferencia Ω de centro L y radio LA y dibujemos el diámetro AC . Tracemos una recta m perpendicular a AC por A . Una circunferencia de centro A y radio AC cortará a m en F , situado a la derecha de A .

La recta FL corta a la circunferencia Ω en N y H , con N más cercano a F . Construyamos una recta perpendicular por A a FH que cortará otra vez a Ω en D . Tracemos otra perpendicular a FH por C que cortará a Ω otra vez en B . BC corta a la recta FL en J .

Demostrar que:

(A) El triángulo ABC es rectángulo con catetos proporcionales a 1, 2, .

Sea la recta FD , que cortará a la recta CA en E .

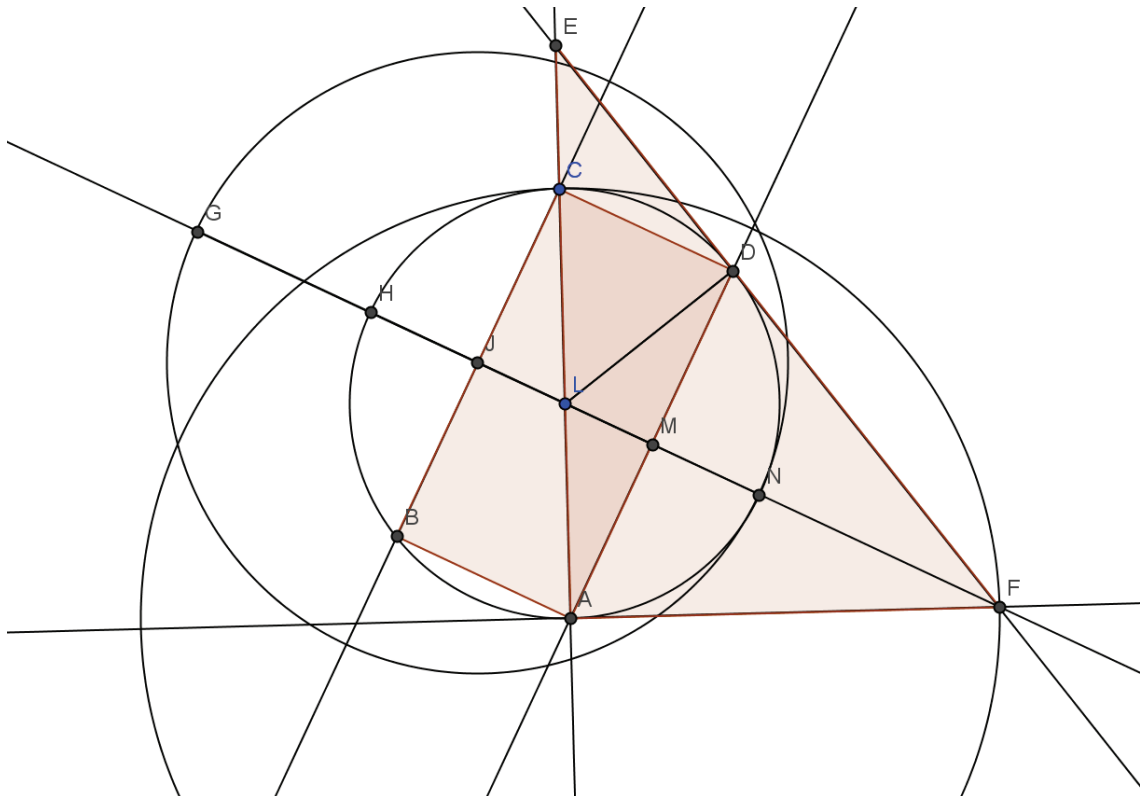
(B) El triángulo FAE es rectángulo semejante a 3,4,5

(C) $JN/AB = \phi$.

[Lawlor, R.](#) (1982): [Sacred Geometry](#). Philosophy & Practice . Thames

Solución del director:

Sea la figura pedida:



(A) Sea R el radio de la circunferencia Ω

$$FA=AC=2R. AL=R, FL=\sqrt{5}R.$$

$$AFM \sim LFA$$

$$AM = \frac{2R}{\sqrt{5}}; \text{ Por ello } AD = \frac{4R}{\sqrt{5}}$$

Y dado que CDA es rectángulo con $CA=2R$, es $AB = CD = \frac{2R}{\sqrt{5}}$

Luego si AB lo tomamos como 1, tenemos $BC = 2$, cqd.

FD y FA son tangentes por construcción.

(B) Estudiemos el triángulo EFA .

Sea $x=EC$. Sea $t=ED$.

Por ser ED tangente y EA secante, es:

$$t = \sqrt{x(x+2)}.$$

Dado que AFE es rectángulo, habrá de ser:

$$AF^2 + AE^2 = FE^2$$

Es decir:

$$4 + (2+x)^2 = \left(2 + \sqrt{x(2+x)}\right)^2$$

Desarrollando y simplificando queda:

$$3x^2 + 4x - 4 = 0$$

La raíz positiva es $x=2/3$; $t=4/3$

Así AFE tiene de lados 2, $8/3$, $10/3$, que es semejante al 3,4,5.

$$(C) JN = JL + LN = \frac{BA}{2} + R = \frac{R}{\sqrt{5}} + R = \frac{R+R\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Así cqd, } \frac{JN}{AB} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi,$$

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla. España.