

700 EXTRA Trianguloscabri

Sobre triángulos equiláteros inscritos en las rectas que soportan un triángulo escaleno

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla.

Se presenta un estudio acerca de algunas configuraciones de triángulos equiláteros inscritos en las tres rectas que contienen los vértices de un triángulo escaleno.

Pro 700 edi 1.- Dado un triángulo escaleno, ABC , construir dos triángulos equiláteros UVW y ZVW tales que los vértices U, Z pertenezcan a la recta AB , V a la recta BC , y W a la recta AC . Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.

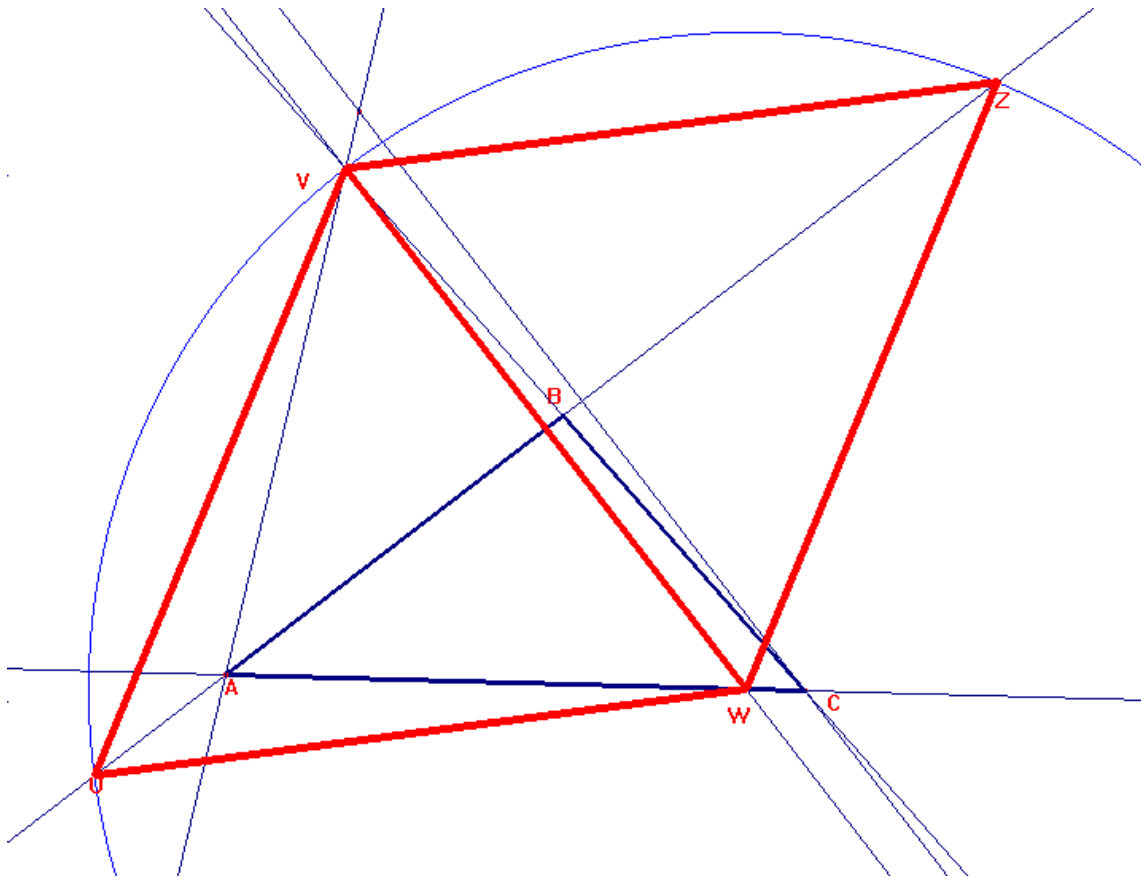
Pro 700 edi 2.- Dado un triángulo escaleno ABC , construir dos triángulos equiláteros UVW y UXY en posición directa de Thales de manera que U pertenezca a la recta AB , V y X a la recta BC , y W e Y a la recta AC . Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.

Pro 700 edi 3.- Dado un triángulo escaleno ABC , construir dos triángulos equiláteros UVW y UXY en posición inversa de Thales de manera que U pertenezca a la recta AB , V y X a la recta BC , y W e Y a la recta AC . Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.

Pro 700 edi 4.- Dado un triángulo escaleno ABC , construir un triángulo equilátero tal que un lado del mismo se apoye en una de las rectas del dado.

Pro 700 edi 5.- Dado un triángulo escaleno ABC , y una recta r , construir triángulos equiláteros inscritos en las rectas AB , AC y BC , de manera que tengan un lado paralelo a r .

Pro 700 edi 1.- Dado un triángulo escaleno, ABC , construir dos triángulos equiláteros UVW y ZVW tales que los vértices U, Z pertenezcan a la recta AB , V a la recta BC , y W a la recta AC .



Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.
Solución:

Tracemos r , simétrica de la recta AC según el eje AB .

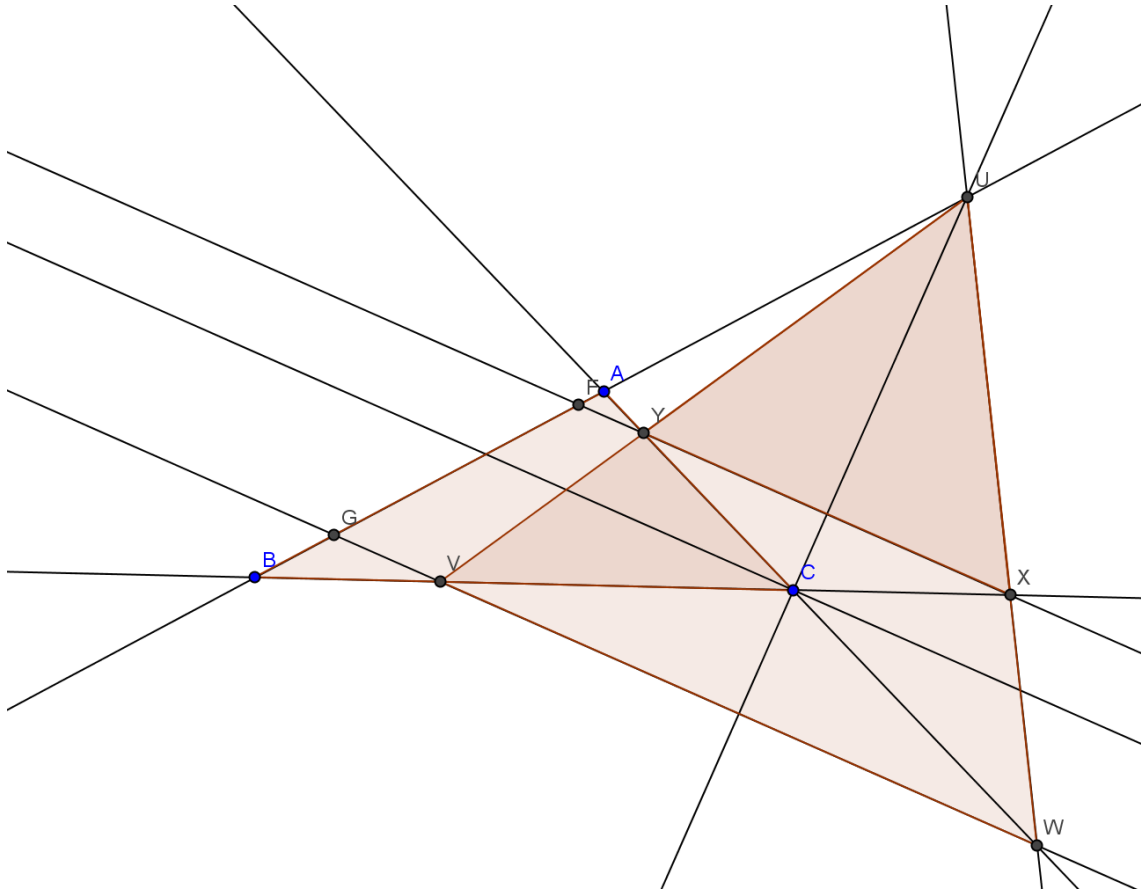
V será el punto de corte de r con la recta BC .

Tracemos el simétrico de V respecto a AB , será W , perteneciente a AC .

U y Z serán los puntos de corte de la circunferencia de centro W y que pasa por V con la recta AB .

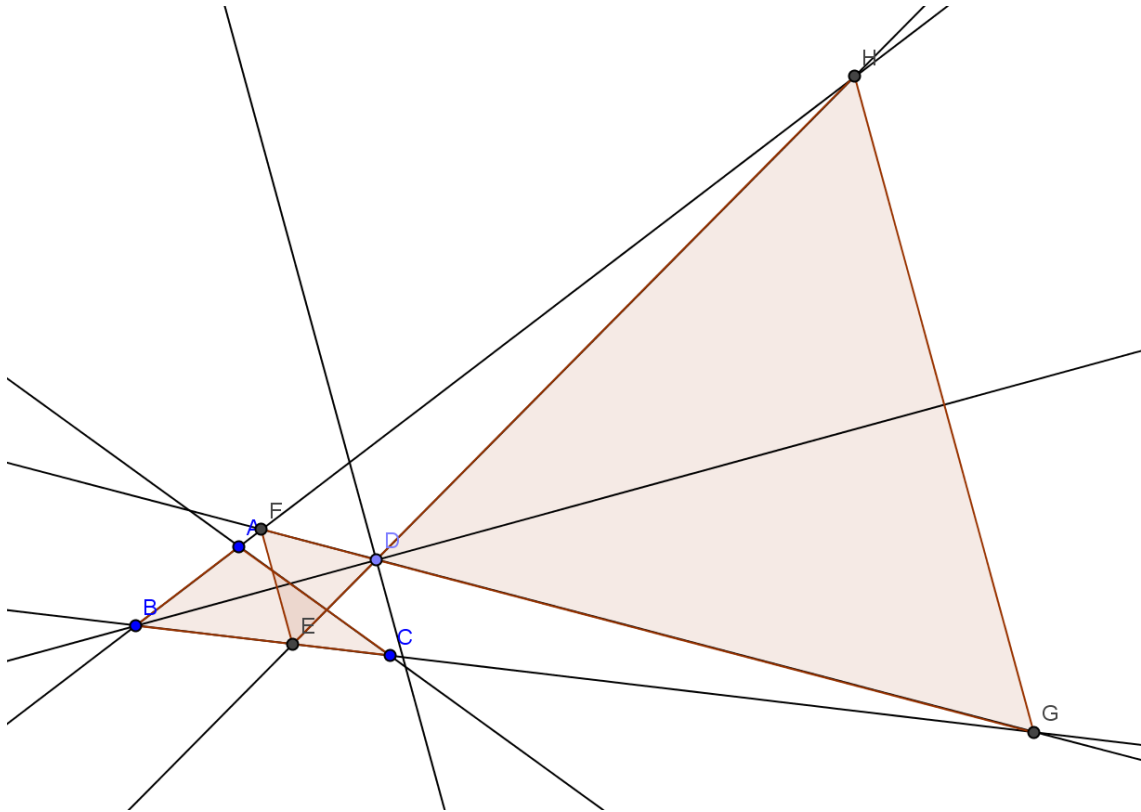
Pro 700 edi 2.- Dado un triángulo escaleno ABC, construir dos triángulos equiláteros UVW y UXY en posición directa de Tales de manera que U pertenezca a la recta AB, V y X a la recta BC, y W e Y a la recta AC. Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.

Supongamos construidos los triángulos UVW y UXY.

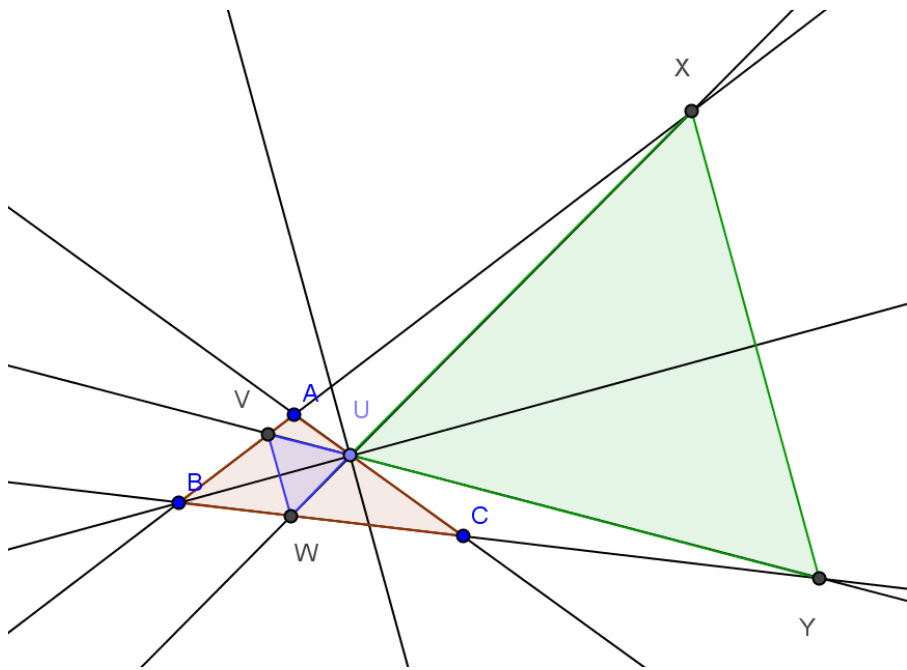


El trapecio YXWV es isósceles y las diagonales YW y XV han de cortarse en C, y C debe contener a la perpendicular común a YX y VW por su punto medio, lo que nos lleva que CU debe ser la bisectriz exterior en C del triángulo ABC. El vértice U común a ambos triángulos será pues el punto de corte de dicha bisectriz con la recta AB.

Pro 700 edi 3.- Dado un triángulo escaleno ABC, construir dos triángulos equiláteros UVW y UXY en posición inversa de Thales de manera que U pertenezca a la recta AC, V y X a la recta BA, y W e Y a la recta BC. Igual para las otras dos rectas en que se apoya el triángulo.



Si suponemos dos triángulos FDE y HDG equiláteros apoyándose F y H sobre la recta BA y E y G sobre la recta BC, de manera que FDG y EDH estén alineados, D habrá de equidistar de las rectas AB y CB, por lo que D habrá de estar en la bisectriz interior del ángulo B. Por ello U será el punto de corte de la bisectriz interior de B con la recta AC. La construcción de V, X, W e Y será trazando la perpendicular por U a la bisectriz y girándola 60° hacia ambos lados.

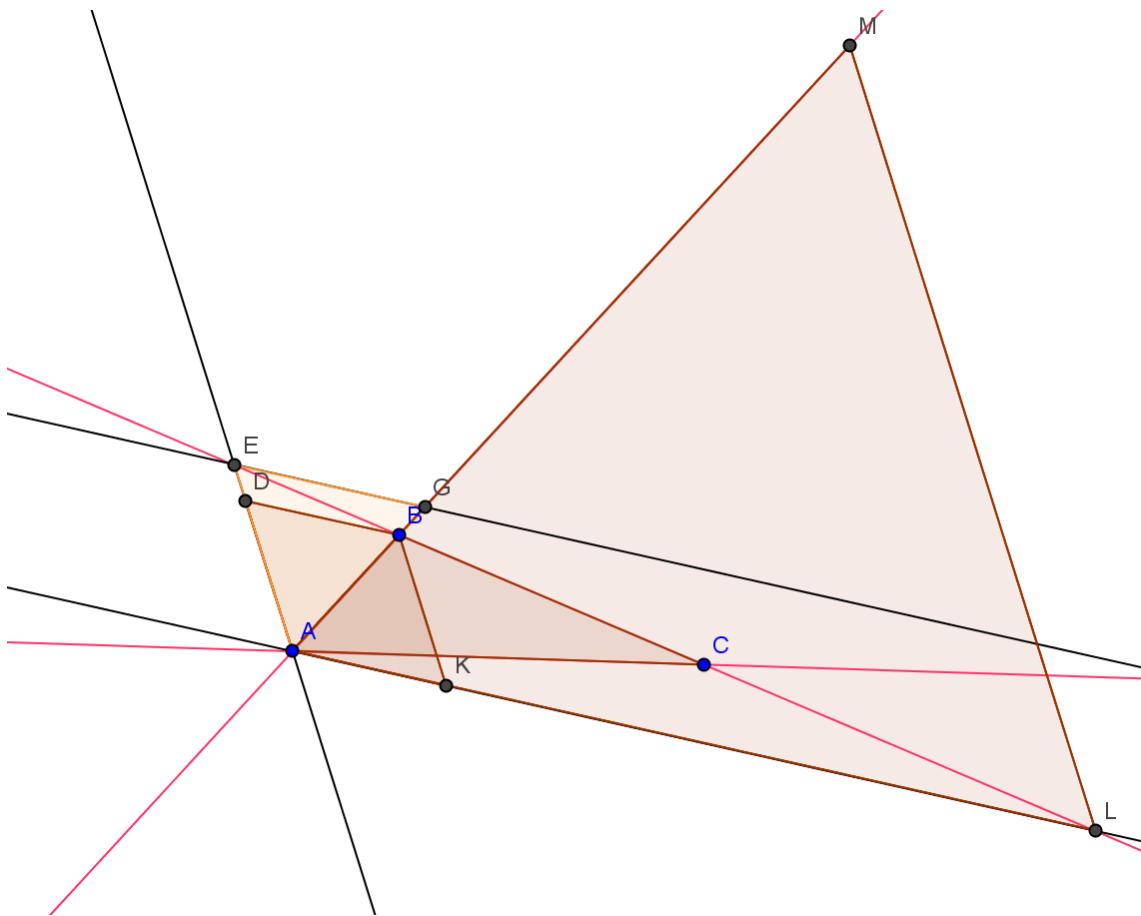


Pro 700 edi 4.- Dado un triángulo escaleno, construir un triángulo equilátero tal que un lado del mismo se apoye en una de las rectas del dado.

Consideremos la recta que contiene a AB.

Si el equilátero no tuviese ninguno de sus tres vértices ni en A ni en B, no podría apoyarse en las tres rectas del original.

Así pues, uno de los vértices A o B deben serlo también del triángulo a construir.

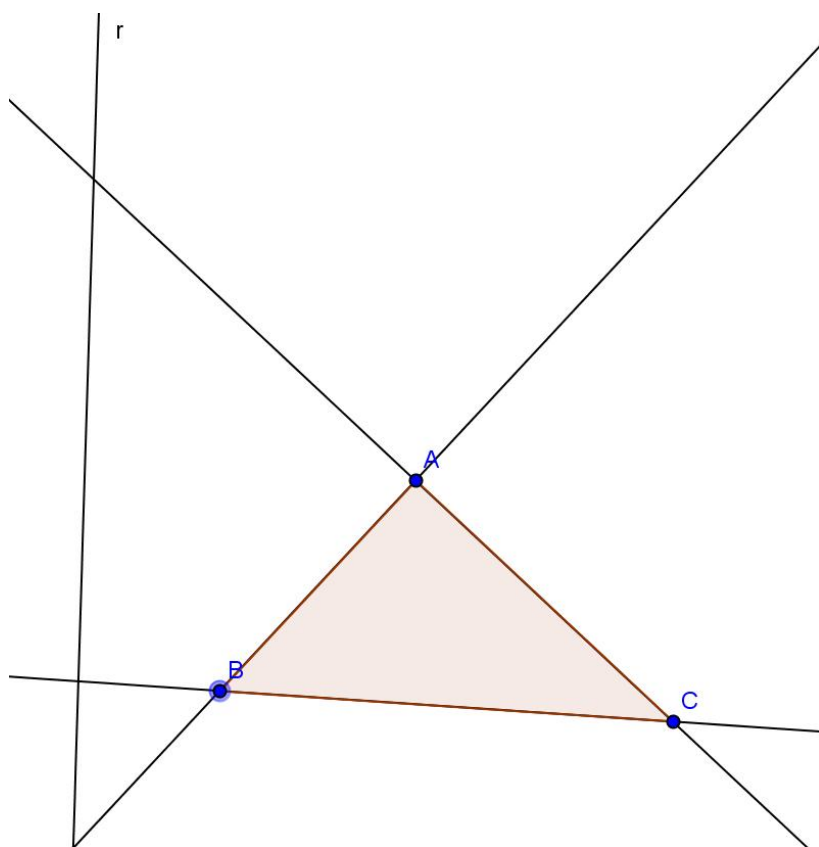


Tracemos el triángulo equilátero ABD, y prolonguemos AD para que corte a CB en E, trazando por E una paralela a DB que cortará a la recta AB en G. AEG cumple lo pedido.

De manera análoga, con el triángulo equilátero ABK, construimos el equilátero AML.

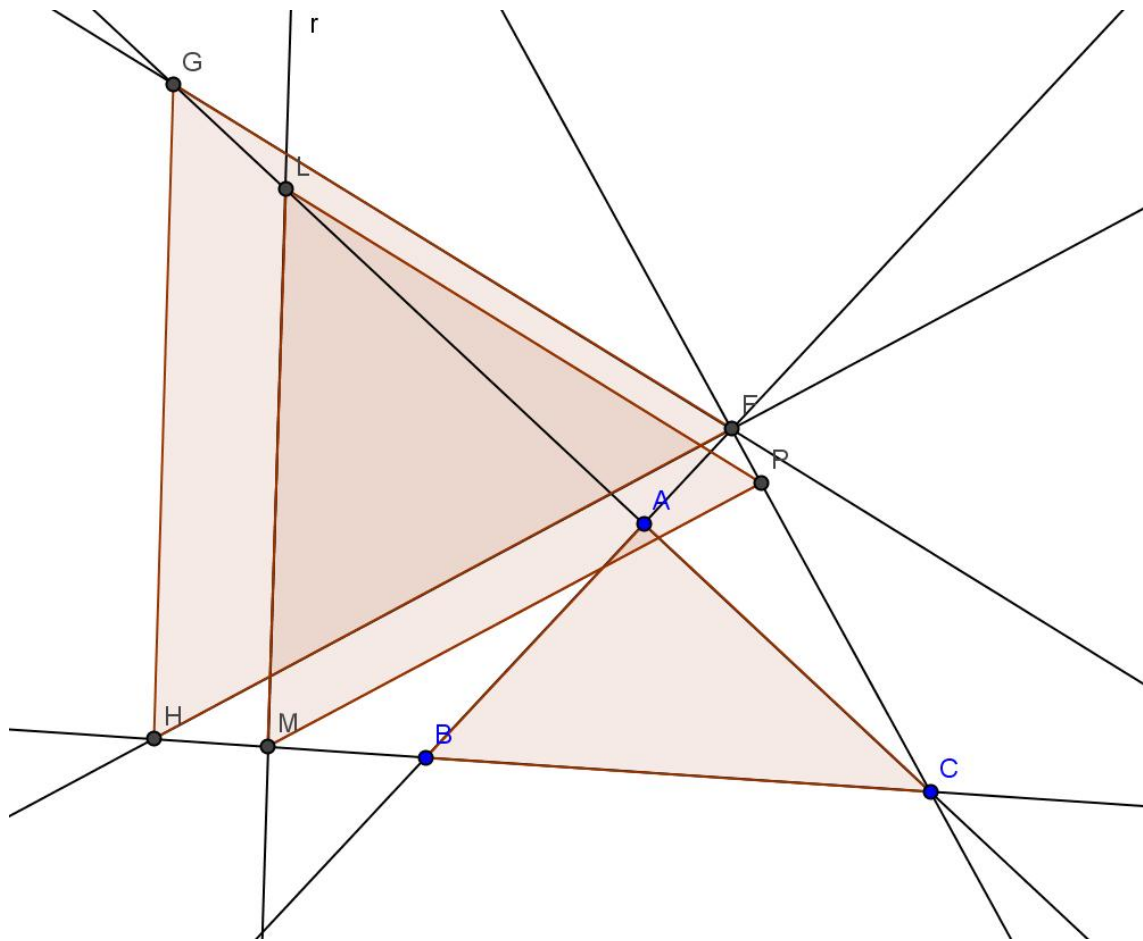
Este apartado coincide en su resolución con el caso estudiado en el apartado 1.

Pro 700 edi 5.- Dado un triángulo escaleno ABC, y una recta r , construir triángulos equiláteros inscritos en las rectas AB, AC y BC, de manera que tengan un lado paralelo a r .

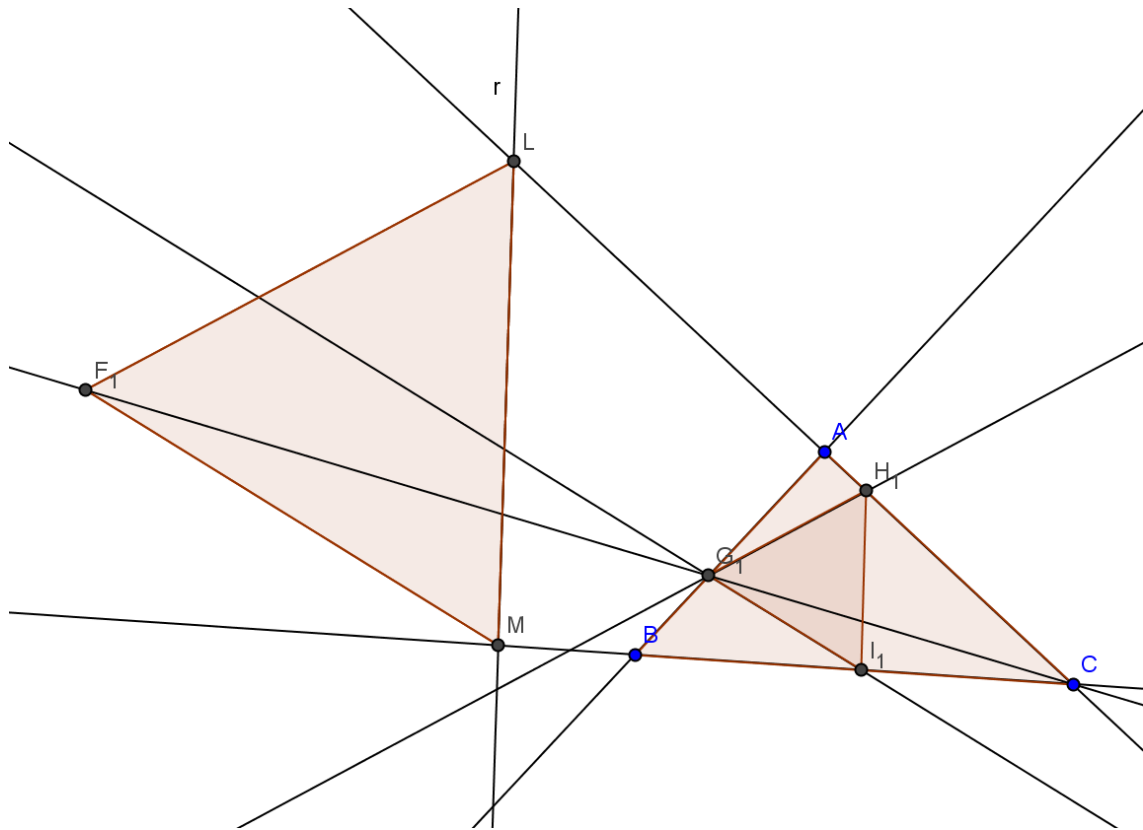


Sean L, M y N los puntos de corte de las rectas de ABC con r .

Construyamos los triángulos equiláteros de lado LM:



LMP. Tracemos la recta CP que cortará a AB en F. Por F tracemos paralelas a PM y PL que cortarán a CB en H y a CA en G. FHG es uno de los pedidos.



Tracemos el equilátero LMF_1 . Tracemos CF_1 que cortará a AB en G_1 .

Tracemos las paralelas por G_1 a F_1L y a F_1M que cortarán a AC en H_1 y a BC en I_1 .

$G_1H_1I_1$ es otro de los triángulos equiláteros pedidos.

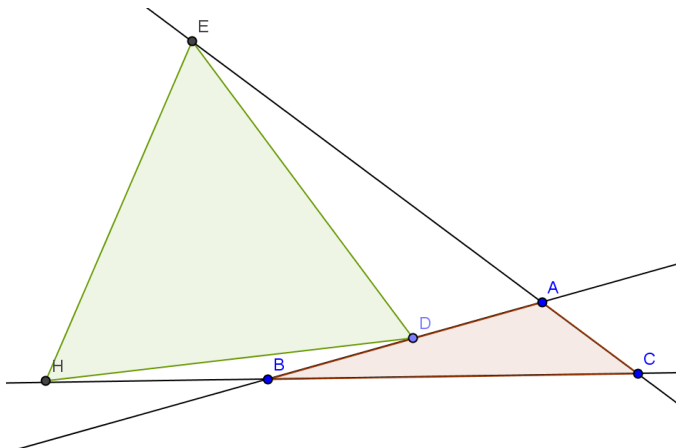
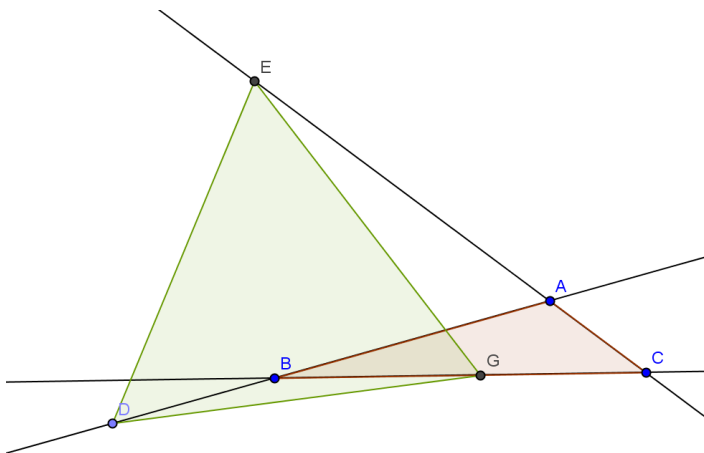
Se obtienen cuatro más, dos para LN y otros dos para MN .

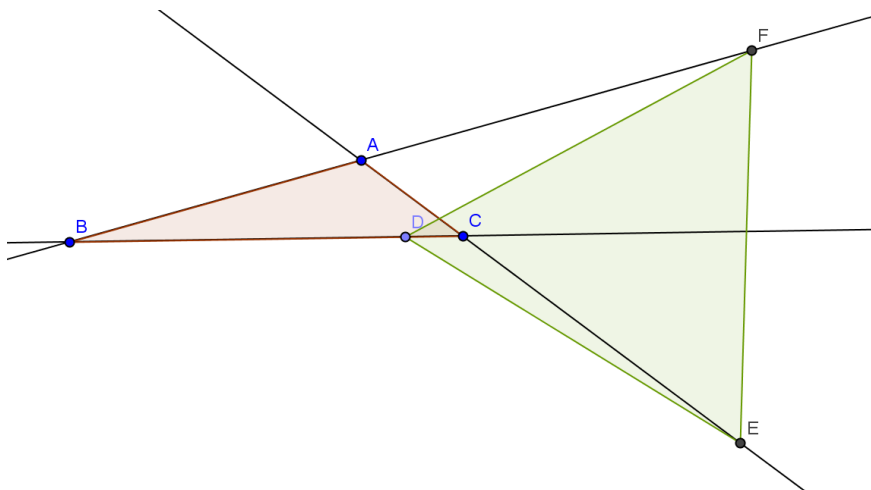
El profesor Blas Herrera Gómez, de la Universidad Rovira i Virgili, ha resuelto el siguiente problema:

Pro 700 edi 6.- Dado un triángulo escaleno ABC, construir tres triángulos equiláteros, cuyos vértices pertenezcan a las rectas AB, AC y BC de manera que el lado del mismo sea a . Igual para b y c .

700equilateros1blasherrera.pdf

Solución dinámica obtenida con Gegoebra.





En la revista húngara Komal de diciembre de 2013, se tiene el siguiente problema, cuya resolución dejo al lector interesado.

Pro 700 edi 7 A. 602. Let ABC be a non-equilateral triangle. Consider those equilateral triangles XYZ whose vertices X , Y and Z lie on the lines BC , CA and AB , respectively. Show that the locus of centers of such triangles XYZ is a pair of parallel lines which are perpendicular to the Euler line of the triangle ABC .

Proposed by: András Hráskó, Budapest

Pro 700 edi 7 A.602.- Sea ABC un triángulo escaleno. Consideremos aquellos triángulos XYZ cuyos vértices X , Y Z están sobre las rectas BC , CA y AB , respectivamente. Mostrar que el lugar de los centros de tales triángulos es un par de rectas paralelas que son perpendiculares a la recta de Euler del triángulo ABC .

Propongo un problema:

Pro 700 edi 8 Dado un triángulo escaleno ABC , construir el triángulo equilátero de menor área inscrito en las rectas que contienen los lados de ABC .