

Problema 688

Quincena del 1 al 15 de Septiembre de 2013

Propuesto por Roberto Bosch Cabrera, Licenciado en Matemática de la Universidad de La Habana, Cuba, actualmente residente en Florida, USA,

Problema 688

10. Sea O el circuncentro de un triángulo ABC , con $AC = BC$.

La recta AO corta el lado BC en D .

Si BD y CD son enteros y $AO - CD$ es un número primo, determina esos tres números.

Concursos Nacionales de Cuba 2000-2013(Actualizado el 7 de Septiembre)

Comentarios adicionales por Fabiola Czwieniczek, profesora de Matemática (jubilada).
Turmero, Venezuela (19 de Marzo de 2014)

Uno de los datos dados en el problema 688 establece que $OA - CD$ es un número primo.

Esto implica que $OA - CD$ es entero mayor que 1. Por tanto, OA debe ser mayor que CD .

Ahora bien, si cambiamos el dato dado en el problema 688 y convenimos en que $CD - OA$ es un número primo, entonces, con un procedimiento análogo al que desarrollé en la solución que le envié el sábado próximo pasado, encuentro que el problema admite, por lo menos, tres soluciones. Estas son:

para $n = 4$, $m = 3$ y $t = 1$, se tiene $CD = 12$, $OA = 10$. Nótese que $CD - OA = 2$ (primo)

para $n = 5$, $m = 4$ y $t = 8$, se obtiene $CD = 200$, $OA = 195$. Así, $CD - OA = 5$ (primo). Estos valores de CD y OA coinciden con los obtenidos por César Beade.

para $n = 89$, $m = 72$ y $t = 8$, se tiene que $CD = 1.140.624$ y $OA = 1.140.535$. De donde, $CD - OA = 89$ (primo).

No sé si existen otras soluciones para el supuesto de que CD sea mayor que OA .

Es realmente notable que el cambiar un detalle en un dato puede dar lugar a tantas variantes interesantes.