

Problema 689.

Dada una hipérbola de focos A y C y un punto variable B de la misma sobre una de sus ramas. Demostrar que los incentros de los triángulos ABC están alineados.

Beade, C. (2013): Comunicación personal.

Solución de Angel Montesdeoca

<http://amontes.webs.ull.es/>

La hipérbola de focos A y C y que pasa por un punto B, se conoce como la "B-Sody hyperbola" (Paul Yiu.- Introduction to the Geometry of the Triangle. Version 12.1224 December 2012. 12.4 The Soddy hyperbolas and Soddy circles. p148.

<http://math.fau.edu/yiu/GeometryNotes020402.pdf> )

La "B-Sody hyperbola" tiene sus vértices en los puntos de tangencia de las circunferencias inscrita y B-exinscrita con AC.

Así, el incentro y el B-exincentro de ABC quedan en las tangentes a la hipérbola en sus vértices.

Si ahora se toma otro punto B' sobre la "B-Sody hyperbola", el incentro y el B'-exincentro de AB'C quedan en sendas rectas: tangentes a la "B-Sody hyperbola" en sus vértices.