

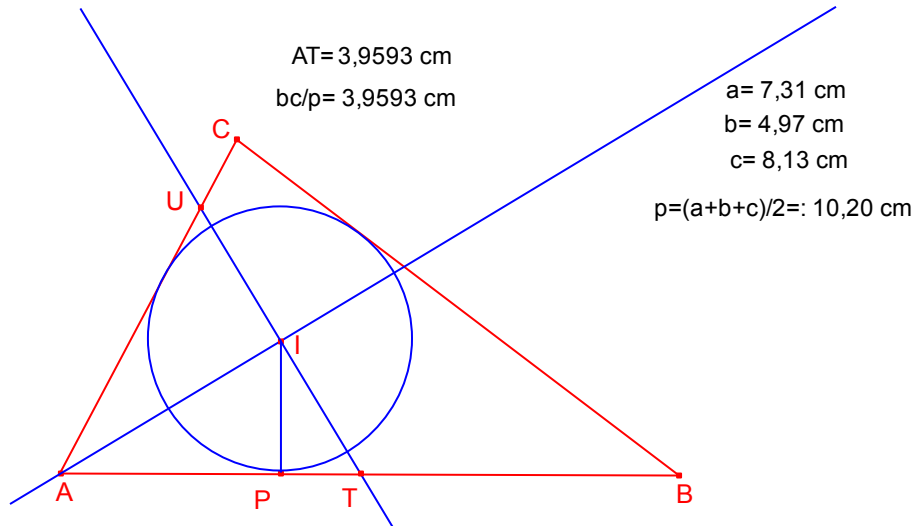
Problema 690

Donat un triangle $\triangle ABC$, siga I el seu incentre.

Tracem la perpendicular a $\overline{AI}$ per I , que tallarà a $\overline{AB}$ en T i a $\overline{AC}$ en U amb $\overline{AT} = \overline{AU}$.

Expresseu $\overline{AT} = \overline{AU}$ en funció de a , b , c .

Solució:



Siga P la projecció de I sobre el costat $\overline{AB}$.

$$\overline{AI} = \sqrt{\frac{bc(p-a)}{p}}. \quad \overline{AP} = p - a.$$

Els triangles $\triangle AIP$, $\triangle ITP$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{AT}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AI}}.$$

$$\overline{AT} = \frac{\overline{AI}^2}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AI}^2}{p-a}.$$

$$\overline{AT} = \frac{\frac{bc(p-a)}{p}}{p-a} = \frac{bc}{p}.$$