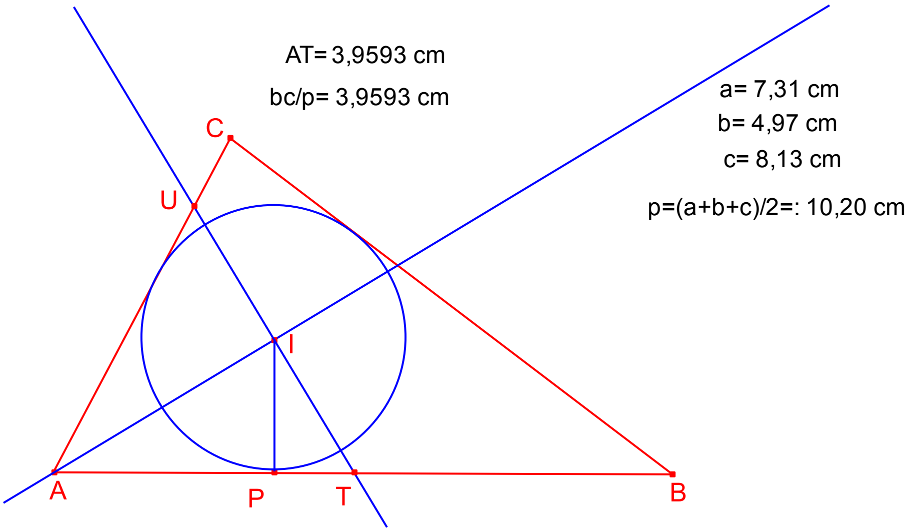
Problema 690

Dado un triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$, sea I su incentro.
Tracemos la perpendicular a $\overline{AI}$ por I, que cortará a $\overline{AB}$ en T y a $\overline{AC}$ en U con $\overline{AT} = \overline{AU}$.
Expresar $\overline{AT} = \overline{AU}$ en función de a ,b, c.
Barroso, R. (2013): Comunicación personal

Solución de Ricard Peiró i Estruch.



Sea P la proyección de I sobre el lado $\overline{AB}$.

$\overline{AI} = \sqrt{\dfrac{bc(p-a)}{p}}$. $\overline{AP} = p - a$.

Los triángulos $\overset{\Delta}{AIP}$, $\overset{\Delta}{ITP}$ son semejantes. Aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{AT}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AI}}.$$

$$\overline{AT} = \frac{\overline{AI}^2}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AI}^2}{p-a}.$$

$$\overline{AT} = \frac{\frac{bc(p-a)}{p}}{p-a)} = \frac{bc}{p}.$$