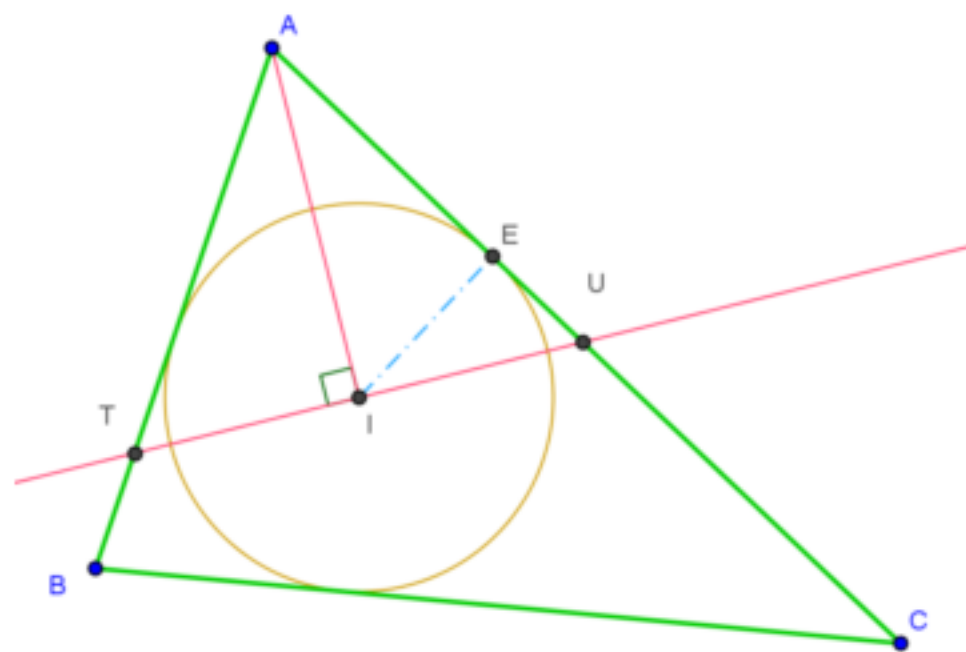


Problema 690.- Dado un triángulo ABC , sea I su incentro. Tracemos la perpendicular a AI por I , que cortará a AB en T y a AC en U con $AT = AU$. Expresar $AT = AU$ en función de a, b y c .

Barroso, R. (2013): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



En el triángulo $\triangle AEI$ se tiene $2\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{2r}{AI}$.

En $\triangle AIT$, $\cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{AI}{AT}$.

Multiplicando ambas resulta:

$\sin(A) = 2r/AT$, de donde $AT = 2r/\sin(A)$.

De la expresión del área del triángulo ABC obtenemos $2rs = bc\sin(A)$, y de ahí $2r/\sin(A) = bc/s$, siendo s el semiperímetro del triángulo. Por tanto $AT = AU = 2bc/(a + b + c)$. ■