

Problema 692

Siga $\triangle ABC$ un triangle. Siguen D, E i F els peus de les altures des dels vèrtexs A, B i C a les rectes BC, AC i AB. Siguen P i Q els peus de les perpendiculars des dels punts B i C a les rectes DF i DE.

Demostreu que $\overline{EQ} = \overline{FP}$.

Levensha, G. (2013): The geometry of the triangle. Pathways (Number two). Leeds. (p. 23).

Solució de Ricard Peiró i Estruch:

$$\overline{BF} = a \cdot \cos B, \quad \overline{BD} = c \cdot \cos B.$$

$$\frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} = \frac{a}{c}. \quad \text{Aleshores, els triangles } \triangle ABC, \triangle DBF \text{ són semblants.}$$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{FP}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{CE}}{a}. \quad \text{Aleshores, } \overline{FP} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{BF}}{a}.$$

Anàlogament, els triangles $\triangle ABC, \triangle DEC$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{EQ}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BF}}{a}. \quad \text{Aleshores, } \overline{EQ} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{BF}}{a}.$$

