

Problema 692

Ejercicio 2d.

6. Sea $\triangle ABC$ un triángulo. Sean D, E y F los pies de las alturas desde A, B y C a las rectas BC, AC y AB. Sean P y Q los pies de las perpendiculares desde B y C a las rectas DF y DE. Demostrar que $\overline{EQ} = \overline{FP}$.

Leversha, G. (2013): The geometry of the triangle. Pathways (Number two). Leeds. (p. 23).

Leversha, G. (2013): The geometry of the triangle. Pathways (Number two). Leeds. (p. 23).

Solución de Ricard Peiró i Estruch:

$$\overline{BF} = a \cdot \cos B, \quad \overline{BD} = c \cdot \cos B.$$

$\frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} = \frac{a}{c}$. Entonces los triángulos $\triangle ABC$, $\triangle DBF$ son semejantes.

Aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{FP}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{CE}}{a}. \text{ entonces, } \overline{FP} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{BF}}{a}.$$

Análogamente, los triángulos $\triangle ABC$, $\triangle DEC$ son semejantes.

Aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{EQ}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BF}}{a}. \text{ Entonces, } \overline{EQ} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{BF}}{a}.$$

