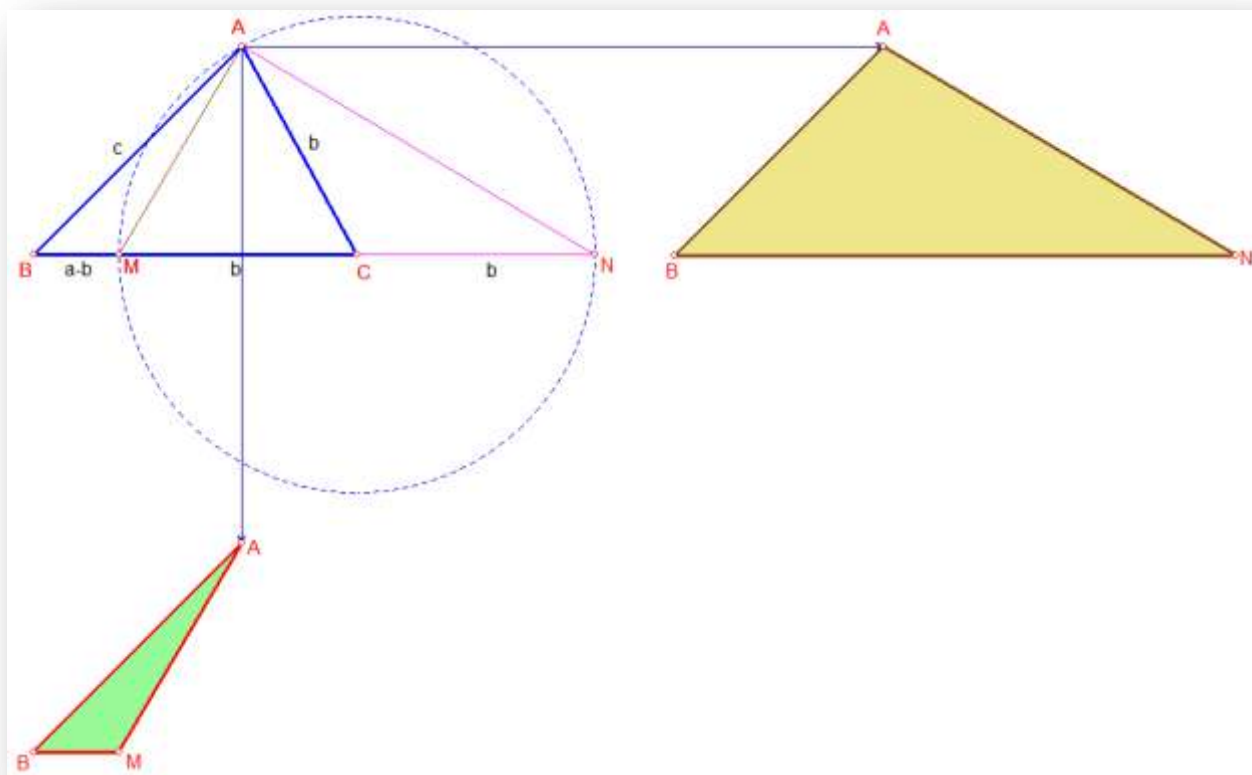


La suma de dos lados de un triángulo es a su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es a la tangente de la semidiferencia de los mismos.

Solución 1 de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

De la construcción realizada se deben observar los siguientes hechos de interés:



Triángulo ABN		Triángulo ABM	
Lados	Ángulos	Lados	Ángulos
$AB = c$	$\sphericalangle \frac{C}{2}$	$AB = c$	$\sphericalangle (90^\circ + \frac{C}{2})$
$BN = a + b$	$\sphericalangle (A + \frac{C}{2}) = \sphericalangle (90^\circ + \frac{A - B}{2})$	$BM = a - b$	$\sphericalangle \frac{A - B}{2}$
$\frac{\text{sen} \sphericalangle \frac{C}{2}}{c} = \frac{\text{cos} \sphericalangle \frac{A - B}{2}}{a + b}$		$\frac{\text{cos} \sphericalangle \frac{C}{2}}{c} = \frac{\text{sen} \sphericalangle \frac{A - B}{2}}{a - b}$	
$\frac{a + b}{c} = \frac{\text{cos} \sphericalangle \frac{A - B}{2}}{\text{sen} \sphericalangle \frac{C}{2}}$		$\frac{a - b}{c} = \frac{\text{sen} \sphericalangle \frac{A - B}{2}}{\text{cos} \sphericalangle \frac{C}{2}}$	

Considerando ambas expresiones, tenemos:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\cos \angle \frac{A-B}{2} \cdot \cos \angle \frac{C}{2}}{\sin \angle \frac{A-B}{2} \cdot \sin \angle \frac{C}{2}} = \frac{\tan \angle \frac{A+B}{2}}{\tan \angle \frac{A-B}{2}}$$

ya que:

$$\begin{aligned} \cos \angle \frac{C}{2} &= \sin \angle \frac{A+B}{2} \\ \sin \angle \frac{C}{2} &= \cos \angle \frac{A+B}{2} \end{aligned}$$

En definitiva, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \angle \frac{A+B}{2}}{\tan \angle \frac{A-B}{2}}$, c.q.d