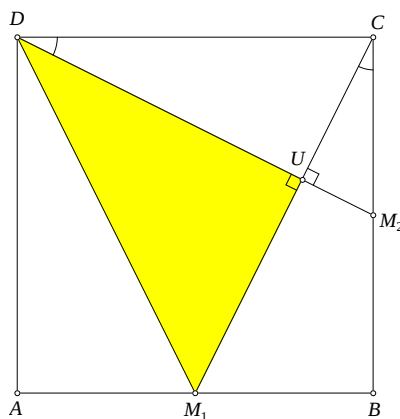


Problema 695. Dado un cuadrado $ABCD$ de lado $2\sqrt{5}$ consideremos M_1 y M_2 los puntos medios de AB y BC DM_2 corta a M_1C en U . Demostrar que el triángulo DUM_1 es 4, 3, 5.

Paul Yiu, Recreational Mathematics (2003), pag. 435

Soluzione di Ercole Suppa



Dal teorema di Pitagora segue che

$$DM_1 = DM_2 = M_1C = \sqrt{AD^2 + AM_1^2} = \sqrt{20 + 5} = 5$$

Dato che i triangoli $\triangle DAM_1$ e $\triangle DCM_2$ sono congruenti, abbiamo

$$\begin{aligned} \angle UDC = \angle M_2DC = \angle M_1CB = \angle UCM_2 &\Rightarrow \\ \angle UDC + \angle DCU = \angle UCM_2 + \angle DCU = 90^\circ &\Rightarrow \\ CU \perp DM_2 \end{aligned}$$

Pertanto $\triangle DCM_2$ è un triangolo rettangolo per cui:

$$\begin{aligned} CU &= \frac{DC \cdot CM_2}{DM_2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{5} = 2 \Rightarrow \\ M_1U &= M_1C - CU = 5 - 2 = 3 \\ DU &= \sqrt{DM_1^2 - UM_1^2} = \sqrt{25 - 9} = 4 \end{aligned}$$

□