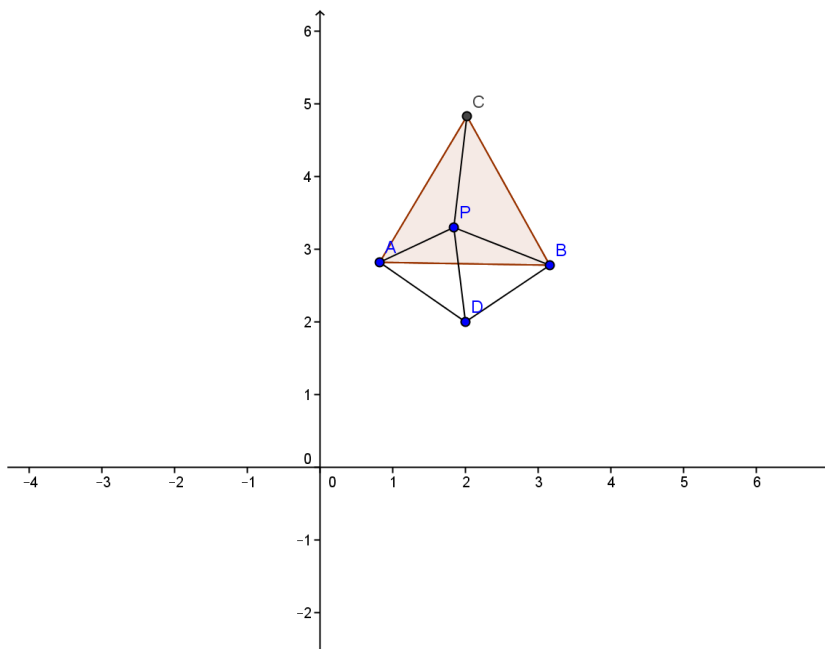


Problema 696.-

Si nos dan más que las distancias de un punto a los tres vértices de un triángulo, hay, evidentemente, es un infinito de triángulos determinado por las tres distancias. Si, sin embargo, se le requiere al triángulo ser equilátero, las tres distancias pueden determinar unívocamente el lado del triángulo. El punto puede estar en el interior, fuera de, o sobre el triángulo. Un antiguo problema de este tipo es enviado con frecuencia por los lectores, por lo general en el siguiente formulario. Un punto en el interior de un triángulo equilátero dista 3, 4, y 5 unidades de los vértices del triángulo. ¿Cuánto mide el lado del triángulo?

Gardner, M (1976): Mathematical circus. The MAA. 1992 (p. 64)

Solución del Editor



Sean $PC=5$, $PA=3$, $PB=4$.

Si se gira 60° , el triángulo PBC sobre B , C se transforma en A , P en D y tenemos que PBD es equilátero, y al ser PAD rectángulo en P , $\angle APD=150^\circ$.

Por el teorema del coseno, tenemos

$$AB^2 = PA^2 + PB^2 - 2 PA PB \cos 150^\circ = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 25 + 12\sqrt{3},$$
$$AB = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$$