Problema 697.- Dado un triángulo equilátero *ABC*, de lado *m*, tomamos un punto *P* del plano del mismo. Sean $PA = d, PB = e, PC = f$. Probar que:

$$\boldsymbol{m^4 + d^4 + e^4 + f^4 = m^2 d^2 + m^2 e^2 + m^2 f^2 + d^2 e^2 + d^2 f^2 + e^2 f^2}$$

Resolución: (Vicente Vicario García, I.E.S. El Sur, Huelva)

A lo largo de la resolución del problema utilizaremos la notación habitual en la geometría del triángulo. Además emplearemos el contenido del problema 327 de esta misma publicación, para resolver nuestro problema. En particular, sustituyendo en el apartado (a) del mismo $a = b = c = m$ y $x = PA = d, y = PB = e, z = PC = f$, tenemos que:

$$a^2(x^2y^2 + a^2z^2) + a^2(a^2y^2 + x^2z^2) + a^2(a^2x^2 + y^2z^2) - a^2(x^4 + y^4 + z^4) = a^6$$

de donde, después de simplificar, se deduce inmediatamente lo pedido

$$m^4 + d^4 + e^4 + f^4 = m^2 d^2 + m^2 e^2 + m^2 f^2 + d^2 e^2 + d^2 f^2 + e^2 f^2$$

---oooOooo---