

Problema 699

En un triangle $\triangle ABC$, des de C es traça la ceviana $\overline{CD}$ (D en el segment $\overline{AB}$), i $\overline{AD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 110^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle DCA = 20^\circ$.

Determineu la mesura del costat $\overline{BC}$.

Propuesto por Julio A. Miranda Ubaldo. Profesor de I.E.P “San Francisco de Asís”.
(Huaral), de Perú.

Examen de Admisión a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos(2012) -
Tomado el 18 de setiembre de 2011 en la ciudad de Lima (Perú) .

Solució de Ricard Peiró:

$$\angle ACB = 30^\circ, \angle DCB = 10^\circ, \angle BDC = 60^\circ$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\triangle ADC$:

$$\frac{\overline{CD}}{\sin 40^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 20^\circ}.$$

$$\overline{CD} = 8\sqrt{3} \cdot \cos 20^\circ.$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\triangle DBC$:

$$\frac{\overline{CD}}{\sin 110^\circ} = \frac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ}.$$

$$\overline{BC} = \frac{8\sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 70^\circ} \sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} \frac{\sqrt{3}}{2} = 12.$$

