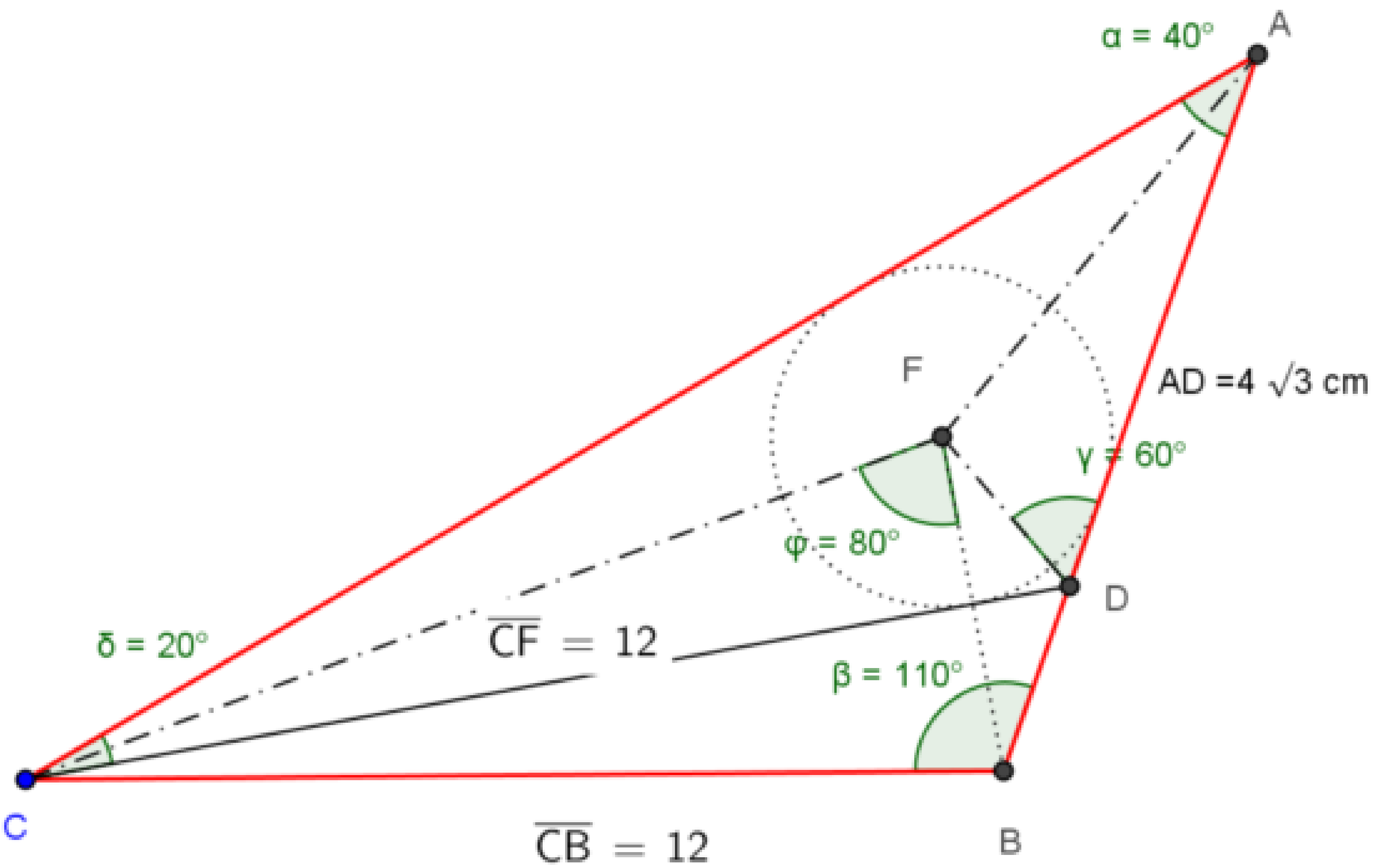
Propuesto por Julio A. Miranda Ubaldo. Profesor de I.E.P. "San Francisco de Asís". (Huaral), de Perú.

***Problema* 699.**- *En un triángulo ABC, desde C se traza la ceviana CD (D en el segmento AB), si AD=$4\sqrt{3}$, m<ABC=110º, m<BAC=40º y m<DCA=20º. Hallar BC.*

Examen de Admisión a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (2012).
-Tomado el 18 de septiembre de 2011 en la ciudad de Lima (Perú).

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Sea F el simétrico de B respecto de CD. El triángulo CBF es isósceles ($CF = CB$) con ángulo desigual de 20º y CF es la bisectriz de $\measuredangle DCA$.

Como $\measuredangle FBD = 30º = \measuredangle BFD$ resulta que $\measuredangle CDF = \measuredangle CDB = 60º$, y por tanto también mide 60º $\measuredangle FDA$. En resumen DF es otra bisectriz del triángulo CDA y por tanto F es su incentro.

Del triángulo DFA tenemos $\frac{AF}{sen60} = \frac{AD}{sen\ 100}$ y del triángulo CFA, $\frac{AF}{sen\ 10} = \frac{CF}{sen\ 20}$.

Del cociente de ambas resulta

$$\frac{CF}{AD} = \frac{sen\ 60 \cdot sen\ 20}{sen\ 100 \cdot sen\ 10}$$

de donde

$$CF = \frac{6 \cdot sen\ 20}{sen\ 100 \cdot sen\ 10} = \frac{12 \cdot sen 10 \cdot \cos 10}{sen 100 \cdot sen 10} = 12.$$

Por tanto la longitud de CB es 12. ■